

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ANTONIO CARLOS FOLTRAN

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA RADIAÇÃO TÉRMICA EM CAVIDADES E  
MOTORES FOGUETE**

CURITIBA

2015

ANTONIO CARLOS FOLTRAN

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA RADIAÇÃO TÉRMICA EM CAVIDADES E  
MOTORES FOGUETE

Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica do Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Paraná, na área de concentração Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Sólidos.

Orientador: Prof. Dr. Luciano Kiyoshi Araki

CURITIBA

2015

---

F671s

Foltran, Antonio Carlos

Simulação numérica da radiação térmica em cavidades e motores de foguete/ Antonio Carlos Foltran. – Curitiba, 2015.

129 f. : il. color. ; 30 cm.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, 2015.

Orientador: Luciano Kiyoshi Araki .

Bibliografia: p. 118-122.

1. Motores de foguetes. 2. Calor - Radiação. 3. Calor - Transmissão - Modelos Matemáticos. I. Universidade Federal do Paraná. II. Araki, Luciano Kiyoshi. III. Título.

CDD: 629.134354

---


## TERMO DE APROVAÇÃO

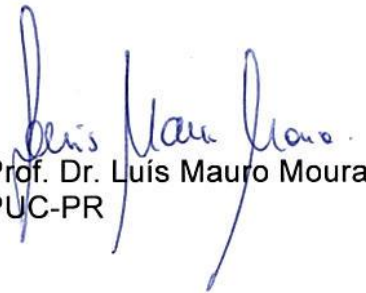
ANTONIO CARLOS FOLTRAN

### SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE RADIAÇÃO TÉRMICA EM CAVIDADES E EM MOTOR-FOGUETE

Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica do Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Paraná, na área de concentração Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Sólidos.

Banca Examinadora:

  
Prof. Dr. Silvio Luiz de Mello Junqueira  
UTFPR

  
Prof. Dr. Luís Mauro Moura  
PUC-PR

  
Prof. Dr. Carlos Henrique Marchi  
UFPR

Curitiba, 10 fevereiro de 2015.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço aos meus pais, minha irmã e minha esposa pela educação, dedicação e carinho. Em todas as conquistas da minha vida profissional e acadêmica, eles tiveram grande participação e incentivo.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Luciano Kiyoshi Araki pelos conhecimentos repassados e pelas discussões relativas aos temas de interesse do nosso grupo de pesquisa. Agradeço ao grupo de pesquisa CFD, Propulsão e Aerodinâmica de Foguetes da Universidade Federal do Paraná na figura do Prof. Dr. Carlos Henrique Marchi pela oportunidade de me envolver nesta área fascinante que é a propulsão de foguetes. Aos amigos do LENA, expresso aqui minha sincera gratidão e amizade. Desejo a vocês grande sucesso profissional. Em especial quero agradecer ao Diego Fernando Moro e ao Nicholas Dicati Pereira da Silva, pois contribuíram em termos de técnicas de programação e sugestões para este trabalho.

Agradeço também aos Professores da Banca: Dr. Carlos Henrique Marchi da Universidade Federal do Paraná, Dr. Luís Mauro Moura da Pontifícia Universidade Católica do Paraná e Dr. Silvio Luiz de Mello Junqueira da Universidade Tecnológica Federal do Paraná pela dedicação de seu tempo na leitura e avaliação deste trabalho e pelas ricas contribuições a este trabalho.

## RESUMO

Estimar apropriadamente o fluxo de calor transferido para as paredes internas de um motor foguete é de fundamental importância na fase de projeto. Mesmo depois de construídos, os motores são testados para garantir o desempenho durante a operação. A transferência de calor do escoamento de gases quentes para suas paredes internas é modelada como tendo duas contribuições principais: uma devida à convecção e outra menor, porém importante, devida à radiação térmica. Neste trabalho, um programa de cálculo da transferência de calor por radiação foi concebido e adicionado ao código numérico já existente Mach2D 6.2, que resolve o escoamento dos gases no interior da câmara de empuxo. Tal programa foi acoplado ao Mach2D como módulo adicional, escrito em linguagem FORTRAN 95, e permite ao usuário incluir ou não os efeitos radiativos nas entradas de dados do programa principal. O método utilizado na avaliação da transferência de calor por radiação foi o Método da Transferência Discreta. Para a construção desse código considerou-se que não ocorre espalhamento da radiação e as paredes são difusas e cinza. O coeficiente de absorção foi modelado como constante ou função da pressão. Para validar o código numérico da radiação foram estudados três problemas bidimensionais axissimétricos cujas soluções são conhecidas. Desta forma possíveis erros de programação foram isolados e corrigidos, sendo feita a adaptação do módulo ao Mach2D com a mínima quantidade de interfaces, formando a versão 6.3 do Mach2D. Com esta nova versão, dois problemas envolvendo motores foguete foram estudados, um teórico e outro real. O motor teórico possui uma solução de referência disponível em um relatório técnico, portanto a comparação com os resultados obtidos com o Mach2d 6.3 foi possível. A solução encontrada mostrou concordância com a referência, mas diferenças foram observadas. Tais diferenças foram atribuídas aos diferentes modelos físicos adotados em ambos os trabalhos, tanto para a solução do problema de dinâmica dos fluidos como o da radiação térmica. No presente trabalho foi observado um comportamento anormal do fluxo de calor na região de entrada da tubeira do motor. Estudos detalhados mostraram que o comportamento observado é coerente com o fenômeno físico e disposição geométrica da tubeira. O último problema analisado é referente ao motor foguete L-15, que infelizmente não foi possível validar por falta de dados na literatura especializada. Um estudo de malhas nos dois problemas envolvendo motores foguete permitiu encontrar um tamanho de malha adequado para simulações gerais.

**Palavras-chave:** Transferência de calor por radiação em cavidades bidimensionais axissimétricas. Câmara de empuxo de motor foguete. Método da Transferência Discreta.

## ABSTRACT

The proper calculation of the heat flux on internal walls of a rocket engine is one of the main concerns about safe operation. Radiative heat transfer in liquid propellant rocket engines is substantial and should be added with convection in the total heat flux transferred to the thrust chamber walls of a real rocket engine. The present work deals with the numerical simulation of the thermal radiation effects in rocket thrust chambers. The radiation was coupled to the pre-existing code, Mach2D 6.2 by using a module written in FORTRAN 95 that allows users to include the radiative heat transfer in the calculations. The module contains one method to predict the radiative heat transfer: the Discrete Transfer Method. The flow (participating media) is assumed to be non-scattering and the walls as diffuse and gray. The code provides few interfaces with the Mach2D and is supposed to be easy to add some spectral model to estimate the absorption coefficient given the flow local properties: pressure, temperature and chemical species. Three benchmarking problems were tested to validate the module. After that, the module was added to the Mach2D, forming the Mach2D 6.3. With this new version, two tests of both theoretical and real rocket engines were performed. The theoretical one has a reference solution described in a technical report, so the comparison with Mach2D 6.3 was possible. Both solutions showed some agreement, but differences were observed. The differences were attributed to the methods used in the fluid dynamic problem and the radiation problem. One abnormal heat flux was observed near the inlet of the nozzle and it does not appear in the reference paper. Latter studies show that the abnormal flux exists and is associated with the cylinder-frustum transition near the inlet. The last problem deals with the L-15 engine rocket, but no reference data of radiative heat flux was available. Simulations in many grids allowed finding grid with sufficient refinement. Studies of grid refinement are not usually reported in the specialized bibliography.

**Keywords:** Radiative heat transfer in two-dimensional axisymmetric enclosures. Rocket engine thrust chamber. Discrete transfer method.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Corte esquemático de um MFPS para evidenciar os componentes. ....	32
Figura 2.2: Câmara de empuxo de MFPL com refrigeração regenerativa. Adaptado de Sutton e Biblarz (2010).....	34
Figura 2.3: Representação da distribuição de pressão de um motor hipotético. ....	34
Figura 2.4: Definição de ângulo plano e ângulo sólido.....	39
Figura 2.5: Representação esquemática da transferência de calor por radiação em meio participante. Fonte: Howell <i>et al.</i> 2011.....	45
Figura 2.6: Representação de um raio segundo o método MTD. Fonte: Howell <i>et al.</i> 2011...	52
Figura 3.1: Condições de contorno do Mach2D. Adaptado de Araki (2007).....	56
Figura 3.2: Sobreposição das malhas 2D e 3D.....	61
Figura 3.3: Acima a malha 2D original do Mach2D e abaixo a malha 3D gerada pela rotina ‘ThreeD_grid’.....	62
Figura 3.4: Estratégias para obter o vetor área em cada elemento de área na fronteira. ....	63
Figura 3.5: Discretização angular do hemisfério no centro do elemento de face (à esquerda) e seu posicionamento sobre os elementos de área nas fronteiras (à direita). ....	64
Figura 3.6: Dois exemplos de raios ou segmentos de raios fisicamente impossíveis eventualmente gerados conforme a escolha do algoritmo de traçagem de raios.	67
Figura 3.7: Interseção do raio com a face de um elemento de volume. ....	68
Figura 3.8: Disposição dos vértices, vetores e triângulos conforme implementado no código numérico.....	70
Figura 4.1: Distribuição do fluxo de calor adimensional incidente sobre o comprimento adimensional da parede da cavidade cilíndrica. ....	75
Figura 4.2: Fluxos de calor em função do número de elementos de volume. ....	77
Figura 4.3: Fluxos de calor em função do número de raios. ....	77
Figura 4.4: Taxa de calor transferida em função do número de elementos de volume.....	78
Figura 4.5: Taxa de calor transferida em função do número de raios. ....	79
Figura 4.6: Tempo de processamento como função do número de elementos de volume. ....	79
Figura 4.7: Tempo de processamento em função do número de raios por elemento de área. ..	80
Figura 4.8: Distribuição do fluxo de calor adimensional incidente sobre o comprimento adimensional da parede da cavidade em tronco de cone.....	81
Figura 4.9: Fluxos de calor em função do número de elementos de volume. ....	83



Figura 4.10: Fluxos de calor em função do número de raios. ....	84
Figura 4.11: Taxa de calor transferido em função do número de elementos de volume.....	84
Figura 4.12: Taxa de transferência de calor em função do número de raios. ....	85
Figura 4.13: Tempo de <i>CPU</i> em função do número de elementos de volume.....	86
Figura 4.14Tempo de <i>CPU</i> em função do número de raios. ....	86
Figura 4.15: Geometria e campo de temperatura do forno descrito em Wu e Fricker (1971). 87	
Figura 4.16: Fluxo de calor incidente sobre a área lateral do forno. ....	88
Figura 4.17: Fluxo de calor incidente sobre a área lateral do experimento descrito em Wu e Fricker, (1971) considerando diferente número de raios por elemento de área. .90	
Figura 4.18: Taxa de transferência de calor em função do número de raios. ....	90
Figura 4.19: Tempo de processamento em função do número de raios. ....	91
Figura 4.20: Geometria da tubeira II de Howell <i>et al.</i> (1965a). ....	92
Figura 4.21 Fluxo de calor ao longo da distância axial da tubeira II descrita em Howell <i>et al.</i> (1965a). ....	95
Figura 4.22: Fluxo de calor em função da posição axial para a tubeira II, fixando a discretização espacial e variando o número de raios.....	96
Figura 4.23: Fluxo de calor em função da posição axial para a tubeira II, fixando o número de raios e variando a discretização espacial. ....	96
Figura 4.24: Taxa de transferência de calor em função do número de raios. ....	97
Figura 4.25: Taxa de transferência de calor em função do número de volumes. ....	98
Figura 4.26: Tempo de processamento em função do número de raios. ....	98
Figura 4.27: Geometria alternativa da tubeira I para análise do fluxo de calor. ....	100
Figura 4.28: Fluxo de calor considerando apenas a seção convergente da tubeira I e comparação com uma geometria tronco-cônica de dimensões similares.....	101
Figura 4.29. Fluxo de calor para teste de formas considerando seção de admissão da tubeira I como referencial. ....	102
Figura 4.30. Fluxo de calor para teste de formas considerando o contorno esquerdo do domínio como referencial.....	103
Figura 4.31: Perfil de temperatura sem considerar a radiação térmica. ....	103
Figura 4.32: Perfil de temperatura considerando a radiação térmica. ....	104
Figura 4.33. Geometria interna do motor L-15. ....	105
Figura 4.34: Fluxo de calor radiativo em função da posição axial do motor L-15. ....	108
Figura 4.35: Taxa de transferência de calor em função do número de raios para a parede da câmara de empuxo do motor L-15. ....	109

Figura 4.36: Taxa de transferência de calor em função do número de volumes para a parede da câmara de empuxo do motor L-15. ....	110
Figura 4.37: Tempo de CPU em função do número de raios para o motor L-15. ....	111
Figura 4.38: Tempo de CPU em função do número de volumes para o motor L-15. ....	111
Figura 4.39: Isotermas no motor L-15 sem considerar a radiação. ....	112
Figura 4.40: Isotermas no motor L-15 considerando a radiação. ....	112
Figura A.1: Função utilizada para representar a razão de calores específicos em função da temperatura. ....	123
Figura A.2: Forma geral da função usada para cp em função da temperatura ....	124
Figura A.3: Calor específico à pressão constante em função da temperatura e pressão. ....	125
Figura B.1: Meio corte da seção transversal da tubeira II mostrando a malha de elementos de volume. ....	126
Figura B.2: Norma L1 do resíduo dos valores em todo o domínio das variáveis $u, v, p, T$ e $\rho$ em função do número de iterações do laço externo do algoritmo do Mach2D. ....	126
Figura B.3: Número de Mach em função da posição axial da solução unidimensional e da solução numérica junto à parede e junto ao eixo de simetria. ....	127
Figura B.4: Campo do número de Mach no interior da tubeira II de Howell <i>et al.</i> (1965a). ....	127
Figura B.5: Pressão em função da posição axial para a solução unidimensional e para a solução numérica junto à parede e junto ao eixo de simetria. ....	128
Figura B.6: Campo de pressão no interior da tubeira II de Howell <i>et al.</i> (1965a). ....	128
Figura B.7: Temperatura em função da posição axial para a solução unidimensional e para a solução numérica junto à parede e junto ao eixo de simetria. ....	129
Figura B.8: Campo da componente axial da velocidade no interior da tubeira II de Howell <i>et al.</i> (1965a). ....	129

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1: Coeficientes da equação geral (3.6).....	57
Tabela 3.2: Coeficientes da equação (3.7).....	58
Tabela 4.1: Características das malhas empregadas no problema da cavidade cilíndrica.....	76
Tabela 4.2: Características das malhas usadas no problema da cavidade tronco-cônica. ....	82
Tabela 4.3: Malhas utilizadas nas simulações da tubeira II de Howell <i>et al.</i> (1965a). ....	94
Tabela 4.4: Dados operacionais do motor L15.....	106
Tabela 4.5: Resultados obtidos com o programa CEA para o motor L15.....	106
Tabela 4.6: Malhas utilizadas nas simulações do motor-foguete L-15 .....	107

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras romanas

$A$	Área [ $m^2$ ]
$c$	Velocidade da luz no vácuo [ $2,99792458 \times 10^8$ m/s]
$c_p$	Calor específico à pressão constante [ $J/(kg \cdot K)$ ]
$C_2$	Segunda constante de radiação [ $1,4387770$ cm. K]
$E$	Poder Emissivo [ $W/m^2$ ]
$F$	Empuxo [ $N$ ]
$f$	Poder emissivo de banda [ <i>adimensional</i> ]
$G$	Irradiação espectral ou total, conforme o contexto [ $W/(m^2 \cdot sr \cdot \mu m)$ ou $W/m^2$ ]
$h$	Constante de Planck [ $6,62606957 \times 10^{-34}$ J.s]
$I$	Intensidade espectral ou total, conforme o contexto [ $W/(m^2 \cdot sr \cdot \mu m)$ ou $W/m^2$ ]
$J$	Radiosidade espectral ou total, conforme o contexto [ $W/(m^2 \cdot \mu m)$ ou $W/m^2$ ]
$k$	Constante de Boltzmann [ $1,3806488 \times 10^{-23}$ J/K]
$K$	Unidade de temperatura
$M$	Número de Mach [ <i>adimensional</i> ]
$\dot{m}$	Vazão mássica [ $kg/s$ ]
$n$	Índice de refração do fluido participante [ $n = 1$ neste trabalho]
$\hat{n}$	Vetor normal de tamanho unitário
$n_r$	Número de volumes na direção radial
$n_{raios}$	Número de raios emitidos por um elemento de área situado na fronteira do domínio
$n_t$	Número de volumes na direção tangencial ou circunferencial
$n_{vol}$	Número total de volumes
$n_z$	Número de volumes na direção axial
$n_\theta$	Número de raios discretizados na direção polar, segundo o sistema de coordenadas esféricas
$n_\phi$	Número de raios discretizados na direção azimutal, segundo o sistema de coordenadas esféricas
OF	Razão de mistura entre oxidante e combustível [ <i>adimensional</i> ]
$P$	Ponto usado para formar o raio usado no processo de traçagem de raios

$p$	Pressão total ou parcial, conforme contexto [ $Pa$ ]
$q''$	Fluxo de calor [ $W/m^2$ ]
$Q$	Ponto da fronteira de onde o raio toma a condição inicial (radiosidade conhecida)
$\dot{Q}$	Energia por unidade de tempo [ $W$ ]
$r$	Coordenada radial, raio [ $m$ ], escalar usado na traçagem de raios
$R$	Constante do gás ou mistura de gases [ $J/(kg.K)$ ]. Unidade de temperatura Rankine
$\mathbf{R}$	Matriz de rotação
$S$	Direção de propagação da radiação, conforme sistema de coordenadas esféricas $[(\theta, \varphi)]$
$s$	Escalar usado na traçagem de raios
$S_n$	Termo fonte do elemento de volume $n$ devido à radiação [ $W$ ]
$S_{rad}$	Termo fonte referente à radiação na equação da energia [ $W/m^3$ ]
$sr$	Esferorradiano ou esterradiano
$T$	Temperatura absoluta [ $K$ ]
$t$	Escalar usado no processo de traçagem dos raios
$u$	Componente axial da velocidade [ $m/s$ ], aresta de um elemento de área (vetor)
$V$	Vértice de um elemento de área
$v$	Componente radial da velocidade [ $m/s$ ], aresta de um elemento de área (vetor)
$w$	Vetor usado no processo de traçagem de raios
$z$	Coordenada axial (eixo de simetria da tubeira) [ $m$ ]

## Siglas

2D	Bidimensional
3D	Tridimensional
AEB	Agência Espacial Brasileira
$C_2H_5OH$	Etanol
CDS	Esquema de diferenças centrais ( <i>Central Differencing scheme</i> )
ETR	Equação da Transferência Radiativa
IAE	Instituto de Aeronáutica e Espaço
$LH_2$	Hidrogênio molecular líquido
LOX	Oxigênio molecular líquido

L-15	Motor-foguete fabricado pelo IAE
MC	Método Monte Carlo
MDF	Método das Diferenças Finitas
MEF	Método dos Elementos Finitos
MFPL	Motor foguete de propelente líquido
MFPS	Motor foguete de propelente sólido
MOD	Método das Ordenadas Discretas
MTD	Método da Transferência Discreta
MVF	Método dos Volumes Finitos
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
PCS	<i>Parallel Coupling Strategy</i>
PNAE	Programa Nacional de Atividades Espaciais
QML-z	Quantidade de movimento linear na direção longitudinal
QML-r	Quantidade de movimento linear na direção radial
rht	<i>Radiative Heat Transfer</i> , módulo usado nos programas Mach2D 6.3 e DTM_3D_Axisymmetric 1.1
RP1	Querosene utilizado em motores foguete de propelente líquido
SCS	<i>Sequential Coupling Strategy</i>
TCR	Transferência de calor por radiação
UDS	Esquema de diferença à montante ( <i>Upwind difference scheme</i> )
VLM	Veículo Lançador de Mini-Satélites
VLS	Veículo Lançador de Satélites

### **Letras gregas**

$\alpha$	Absortividade [ <i>adimensional</i> ], meia largura de banda [ $T$ ]
$\beta$	Coeficiente de extinção [ $m^{-1}$ ]
$\gamma$	Razão de calores específicos [ <i>adimensional</i> ]
$\delta s$	Distância percorrida pelo raio dentro de um elemento de volume [ $m$ ]
$\epsilon$	Emissividade ou emitância, conforme indicado [ <i>adimensional</i> ]
$\eta$	Coordenada na direção radial após transformação de coordenadas [ $m$ ]
$\theta$	Ângulo polar medido a partir da reta normal à superfície [ $rad$ ]
$\kappa$	Coeficiente de absorção da radiação térmica [ $m^{-1}$ ]

$\lambda$	Comprimento de onda [ $\mu m$ ]
$\xi$	Coordenada na direção longitudinal após transformação de coordenadas [m]
$\rho$	Massa específica [ $kg/m^3$ ]
$\sigma$	Constante de Stefan-Boltzmann [ $5,670373 \times 10^{-8} W/(m^2.K^4)$ ]
$\sigma_s$	Coeficiente de espalhamento [ $m^{-1}$ ]
$\varphi$	Ângulo azimutal [ $rad$ ]
$\phi$	Solução numérica para a variável de interesse (assume unidade da variável)
$\Phi$	Probabilidade de a radiação ser espalhada de uma direção $\Omega_i$ para a direção $\Omega$
$\Omega$	Vetor direção [ $(rad, rad)$ ]
$\omega$	Ângulo sólido [ $sr$ ]

### Subíndices

$a$	Quantidade absorvida
$atm$	Propriedade da atmosfera
$b$	Corpo negro
$f$	Indica face da fronteira do domínio
$g$	Propriedade do gás ou da mistura de gases
$i$	Direção de incidência
$n$	n-ésimo elemento de volume do domínio discreto, elemento de área
$r$	Indica que o fluxo está na direção radial
$rad$	Radiativo, relacionado à radiação térmica
$s$	Espalhamento
$T$	Indica propriedade após transformação de coordenadas
$w$	Propriedade da parede
$vol, v$	Elemento de volume
$\lambda$	Quantidade espectral

### Superíndices

-	Indica valor médio da propriedade
→	Indica grandeza vetorial

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>15</b>
1.1	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA.....	15
1.2	MOTIVAÇÃO .....	18
1.3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	19
1.4	OBJETIVOS .....	28
1.5	ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO .....	29
<b>2</b>	<b>A RADIAÇÃO TÉRMICA EM MOTORES FOGUETE .....</b>	<b>31</b>
2.1	MOTORES FOGUETE .....	31
2.2	RADIAÇÃO TÉRMICA.....	37
2.2.1	Definições das propriedades físicas básicas nas superfícies .....	39
2.2.2	TCR no interior do domínio - A Equação da Transferência Radiativa.....	44
2.3	MÉTODOS NUMÉRICOS .....	47
2.3.1	O Método dos Volumes Finitos Aplicado ao Mach2D.....	48
2.3.2	O Método da Transferência Discreta (MTD).....	51
<b>3</b>	<b>MODELAGEM COMPUTACIONAL.....</b>	<b>55</b>
3.1	O ALGORITMO DE TRAÇAGEM DE RAIOS .....	60
<b>4</b>	<b>RESULTADOS.....</b>	<b>73</b>
4.1	CAVIDADE CILÍNDRICA PREENCHIDA POR MEIO PARTICIPANTE HOMOGÊNEO .....	74
4.2	CAVIDADE EM FORMA DE TRONCO DE CONE PREENCHIDA POR MEIO PARTICIPANTE .....	81
4.3	IRRADIAÇÃO SOBRE A SUPERFÍCIE INTERNA DE UM FORNO EXPERIMENTAL .....	87
4.4	SIMULAÇÃO DA TUBEIRA DE MOTOR FOGUETE DE PROPULSÃO NUCLEAR .....	92
4.5	SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA CÂMARA DE EMPUXO DO MOTOR L-15 .....	105



<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>114</b>
5.1	CONSTATAÇÕES GERAIS.....	114
5.2	SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS .....	116
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>118</b>
	<b>APÊNDICE A – EQUAÇÕES PARA CÁLCULO DAS PROPRIEDADES <math>\Gamma</math> E CP PARA SIMULAÇÃO DA TUBEIRA II DE HOWELL <i>ET AL.</i> (1965A) .....</b>	<b>123</b>
	<b>APÊNDICE B – GRÁFICOS DA SIMULAÇÃO DA TUBEIRA II DE HOWELL <i>ET AL.</i> (1965A).....</b>	<b>126</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Em muitos problemas de transferência de calor por radiação estudados na engenharia, apenas as trocas líquidas de energia entre superfície de corpos são suficientes para descrever o fenômeno de transferência de calor de forma adequada. Em tal caso se considera que o meio físico que separa estas superfícies é transparente à radiação. Em outros problemas, entretanto, o meio que separa as superfícies influencia na transferência de calor por radiação, sendo necessário considerar o efeito da presença deste meio nos cálculos.

O presente trabalho trata de um problema desta última classe: o do escoamento dos produtos de combustão no interior de um motor foguete de propelente líquido e como a radiação influencia no campo de temperaturas. Também é calculado o fluxo de calor devido à radiação em função da posição axial da parede do motor.

Neste primeiro capítulo é feita uma apresentação do problema de transferência de calor por radiação em um motor foguete. Diversos fatores tornam este estudo complexo de ser analisado analiticamente, portanto um código computacional ou programa que considere as trocas de calor por radiação é desejável como ferramenta de estudo e de projeto.

## 1.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Segundo a definição apresentada em Sutton e Biblarz (2010), foguetes são veículos com propulsão própria que efetuam voos na atmosfera ou no espaço (vácuo). O mecanismo de propulsão é de importância primordial para o sucesso e segurança de uma missão, uma vez que apenas a propulsão se opõe às forças de atração gravitacional do planeta e à força de arrasto aerodinâmico (enquanto o foguete se desloca na atmosfera).

Propulsão, em um sentido amplo, é o ato de alterar a quantidade de movimento de um corpo. Mecanismos de propulsão provêm a força que move corpos que estão inicialmente em repouso, ou sobrepõe forças de retardo (atrito) enquanto um corpo é propelido através de um meio. A propulsão de foguetes é uma classe de propulsão a jato que produz uma força resultante devido à variação da quantidade de movimento provocada pela ejeção de matéria armazenada no interior do veículo.

Há diversas formas de propulsão de foguetes e elas baseiam-se na fonte de energia. A propulsão química é a mais antiga e atualmente ainda é a fonte de energia mais utilizada, mas novas tecnologias com viabilidade técnica demonstrada, mas com desenvolvimento incompleto estão sendo desenvolvidas (SUTTON e BIBLARZ, 2010, p. 2).

Na propulsão química, a reação de combustão de propelentes químicos à alta pressão, usualmente um combustível e um oxidante, permite que os produtos de combustão sejam aquecidos a temperaturas muito elevadas, de 2500 a 4100 °C. Estes gases são subsequentemente expandidos em um bocal e acelerados a altas velocidades, da ordem de 1500 a 4300 m/s. Como a temperatura dos gases é maior que a temperatura máxima de utilização das ligas metálicas de engenharia, é necessário refrigerar ou prevenir o superaquecimento das superfícies que são expostas aos gases quentes (SUTTON e BIBLARZ, 2010, p. 5).

Há basicamente duas formas construtivas de motores foguete com fonte de energia química: motores de propelente sólido e motores de propelente líquido (SUTTON e BIBLARZ, 2010, p. 6).

Os motores foguete de propelente sólido, daqui em diante abreviados por MFPS, como o próprio nome diz possuem o propelente armazenado na fase sólida diretamente no interior da câmara de combustão. O propelente ou grão propelente é uma mistura de compostos químicos: o combustível, o oxidante e outros agentes em menor proporção como catalisador, ligante e agente de cura. O grão propelente forma um corpo sólido de propelente endurecido que uma vez iniciado ou ignitado reage continuamente até que toda a sua carga seja consumida e ejetada, produzindo a força necessária para impulsionar o veículo.

A aplicação de MFPS é bastante comum em mísseis e foguetes de pequeno porte, por exemplo, nos foguetes de sondagem. Entretanto também são aplicados nos primeiros estágios de foguetes de grande porte, sendo separados do veículo principal quando sua carga de propelente é consumida. É comum o uso do termo *booster* para este tipo de aplicação.

Os motores de propelente líquido, daqui em diante abreviados por MFPL, são mais complexos e possuem vários componentes e sistemas a mais que os MFPS. Basicamente os propelentes, também chamados par propelente, são líquidos armazenados em tanques separados e recalçados para uma câmara onde reagem e os produtos de combustão são expandidos e ejetados. A forma construtiva mais comum, embora relativamente complexa, é a que utiliza um dos propelentes, em geral o combustível, para refrigerar as próprias paredes do motor (SUTTON e BIBLARZ, 2010, p. 6).

O par propelente mais utilizado nos Estados Unidos é o hidrogênio líquido e o oxigênio líquido (LH<sub>2</sub>/LOX). Este propelente gera elevado impulso específico, não é poluente e tem boas propriedades térmicas para ser usado para refrigerar as paredes do motor (SUTTON e BIBLARZ, 2010). Segundo Torres *et al.* (2009) e Almeida (2013), atualmente no Brasil os esforços estão concentrados no desenvolvimento de motores que operam com o par propelente etanol e oxigênio líquido (C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>OH/LOX).

Estas características associadas às possibilidades de variação da aceleração e capacidade de ignição e desligamento múltiplos o tornam bastante indicado para missões mais complexas como, por exemplo, o posicionamento de satélites e manobras de transferência de órbita.

Tanto os motores de propelente sólido como líquido devem ser projetados para resistir ao calor de combustão e ainda suportar diversos esforços mecânicos, inclusive a transmissão do empuxo para o veículo. Portanto um projeto confiável é aquele no qual diversos aspectos da transferência de calor foram minuciosamente estudados.

Segundo Sutton e Biblarz (2010, p. 288), somente 0,5 a 5% do calor dos gases de combustão é transferido para as paredes da câmara, porém essa pequena fração representa fluxos de calor elevados, tipicamente entre 10 e 60 MW/m<sup>2</sup> na região que recebe a maior quantidade de calor: a garganta da tubeira. Tanto do ponto de vista da disponibilidade de materiais de construção mecânica como da refrigeração em si, o projeto e construção de um motor de foguete são tarefas desafiadoras.

No caso do MFPL que utilize o par propelente LH<sub>2</sub>/LOX ou hidrocarbonetos como o etanol e oxigênio líquido, os principais produtos de combustão formados são o vapor de água (H<sub>2</sub>O) e o gás carbônico (CO<sub>2</sub>), mas outras espécies químicas também estão presentes, porém em menor proporção. O monóxido de carbono (CO), a hidroxila (OH), o oxigênio e hidrogênio diatômicos (O<sub>2</sub> e H<sub>2</sub>, respectivamente), o oxigênio e hidrogênio monoatômicos (O e H, respectivamente) são outros produtos de reações químicas.

Segundo Howell *et al.* (2011, p. 479), o vapor de água, o gás carbônico, o monóxido de carbono, o metano (CH<sub>4</sub>) e a hidroxila são gases fortemente absorvedores e emissores de radiação térmica. Um MFPL convencional gera quantidades apreciáveis destas espécies químicas nos produtos de combustão, portanto a transferência de calor por radiação, daqui em diante abreviada por TCR, é relevante na transferência global de calor para as paredes internas do motor.

Para problemas de TCR onde o meio fluido interfere na transferência, soluções analíticas somente são possíveis para situações simples e idealizadas. Entretanto os problemas

práticos muitas vezes não podem ser simplificados o suficiente para que uma abordagem analítica represente adequadamente o fenômeno físico real. Nestes casos os métodos numéricos representam uma boa ferramenta de previsão.

Vários métodos numéricos foram concebidos, principalmente nos últimos trinta ou quarenta anos, para lidar com problemas mais complexos envolvendo TCR em geometrias multidimensionais e coeficiente de absorção da radiação como função da temperatura, pressão e concentração de espécies químicas. Entre eles podem ser citados o Método das Ordenadas Discretas (CHANDRASEKHAR, 1960; LATHROP, 1966; FIVELAND, 1984, 1987, 1988; VISTANKA e MENGÜÇ, 1987), o Método de Monte Carlo (HOWELL e PEARLMUTER, 1964; HOWELL, 1968), o Método da Transferência Discreta (LOCKWOOD e SHAH, 1981; CUMBER, 1995; COELHO e CARVALHO, 1997) e o Método dos Volumes Finitos (CHUI; RATHBY e HUGHES, 1992; MODER; *et al.*, 1996).

É normal que em uma primeira versão de um código numérico que simule o escoamento no motor, os efeitos da radiação sejam em geral contabilizados por relações bastante simples e, em uma próxima etapa, relações mais representativas do fenômeno real sejam incrementadas.

## 1.2 MOTIVAÇÃO

Como a velocidade dos produtos de combustão é muito elevada, a maior parte do calor é transferida por convecção. Uma parcela menor, porém importante, é transferida por radiação. Segundo Sutton e Biblarz (2010, p. 288), a parcela de radiação é tipicamente entre 5 e 35% da quantidade total de calor transferida para as paredes da câmara de empuxo.

A quantidade de calor transferida por condução dos gases quentes para as paredes é pequena se comparada aos outros modos de transferência de calor e pode ser negligenciada em estudos de transferência de calor. Entretanto a condução de calor nas paredes de motores com refrigeração regenerativa é necessariamente considerada nos projetos e estudos.

No desenvolvimento atual de foguetes, não apenas a análise de transferência de calor é feita, mas também as unidades construídas são quase sempre testadas para assegurar que o calor está sendo transferido de forma satisfatória em todas as condições de operação e em condições de emergência (SUTTON e BIBLARZ, 2010, p. 311). Estes autores acrescentam que, apesar de haver códigos computacionais comerciais disponíveis, a maioria das

organizações de propulsão de foguetes desenvolve seus próprios códigos de análise de transferência de calor.

No Brasil a Agência Espacial Brasileira, AEB é o órgão responsável por formular e coordenar a política espacial brasileira. No dia 21 de janeiro de 2013 a AEB publicou em seu site a nova revisão do Programa Nacional de Atividades Espaciais, PNAE, que engloba o período entre 2012 e 2021. Este prevê inúmeros desafios à academia e à indústria nacional.

A agência prevê um investimento de R\$157 milhões por ano pelos próximos dez anos apenas em projetos de acesso ao espaço, por exemplo, o desenvolvimento de veículos lançadores como os da família VLS (Veículo Lançador de Satélites) e o Veículo Lançador de Mini Satélites (VLM).

Segundo o PNAE, 17% dos investimentos serão para projetos de acesso ao espaço, o que inclui estudos relacionados a foguetes. O restante será utilizado para missões de desenvolvimento de satélites, infraestrutura, desenvolvimento de competências e parcerias com outros países.

Pelo exposto acima, percebe-se que o Governo do Brasil quer ter seu programa espacial fortalecido, embora as metas do programa sejam audaciosas se considerado o panorama histórico do programa espacial brasileiro.

No dia 01/09/2014 foi lançado com sucesso a partir do Centro de Lançamento de Alcântara, no Maranhão, o foguete de sondagem VS-30 V13, cujo segundo estágio foi equipado com o motor L5 cujos propelentes são o etanol ( $C_2H_5OH$ ) e o oxigênio líquido (LOX). Este foi o primeiro voo de um foguete brasileiro utilizando um motor de propelente líquido. No PNAE está previsto o desenvolvimento de motores de maior porte, também utilizando o par  $C_2H_5OH/LOX$ .

### **1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

A AEB financia projetos em conjunto com as universidades no intuito de gerar recursos humanos potenciais para esta área cujo acesso é relativamente restrito (Projeto UNIESPAÇO, Projeto MICROGRAVIDADE). Na Universidade Federal do Paraná esse esforço é representado pelo projeto científico de Aerotermodinâmica de Satélite de Reentrada na Atmosfera e pelo grupo de pesquisa em CFD, Propulsão e Aerodinâmica de Foguetes, do qual o autor faz parte.

O grupo CFD, Propulsão e Aerodinâmica de Foguetes desenvolveu e está aprimorando códigos computacionais para resolver problemas relativos a foguetes. Os códigos que resolvem o escoamento interno em tubeiras de motores foguete são o Mach1D e o Mach2D.

Tanto os códigos Mach1D quanto o Mach2D são capazes de modelar tubeiras com geometrias complexas, desde que seus contornos sejam parametrizados em função da distância ao longo do eixo de simetria da tubeira. Em ambos os programas todas as equações de conservação aplicáveis: massa, quantidade de movimento linear, energia e a equação de estado são resolvidas simultaneamente.

Em sua versão mais recente, o Mach1D 5.0 emprega a seguinte correlação para a avaliação do fluxo de calor radiativo  $q''$  (MARCHI e ARAKI, 2007):

$$q'' = \bar{\epsilon} \sigma (T_w^4 - T^4), \quad (1.1)$$

onde a emissividade entre a parede e mistura de gases,  $\bar{\epsilon}$  é dada por

$$\bar{\epsilon} = \left( \frac{1}{\epsilon_w} + \frac{1}{\epsilon_g} - 1 \right)^{-1}, \quad (1.2)$$

sendo  $\epsilon_g$  a emitância da mistura de gases e  $\epsilon_w$  é a emissividade da parede,  $T_w$  a temperatura da parede e  $T$  a temperatura do gás em cada elemento de volume.

Uma relação empírica usada para estimar o fluxo de calor devido à radiação térmica é apresentada por Barrère *et al.* (1957, p.161-162) e dada pelas equações:

$$E_{H_2O} = \frac{35}{3600} p_{H_2O}^{0,8} e^{0,6} \left( \frac{T}{100} \right)^3, \quad (1.3)$$

$$E_{CO_2} = \frac{3,5}{3600} \sqrt[3]{p_{CO_2}} e \left( \frac{T}{100} \right)^{3,5}, \quad (1.4)$$

$$q'' = \epsilon_w \left[ E_{H_2O} + E_{CO_2} - 13,78 \left( \frac{T_w}{1000} \right)^4 \right], \quad (1.5)$$

sendo  $E_{H_2O}$  a energia radiante por unidade de área emitida pelo vapor de água aquecido, obtido em  $kcal/(m^2s)$ . De forma similar,  $E_{CO_2}$  é a energia por unidade de área emitida pelo

gás carbônico. O fluxo líquido de calor transferido para as paredes da câmara é indicado por  $q''$  também obtido em  $kcal/(m^2s)$  e  $e$  indica a espessura da camada irradiante dada em  $m$ .

As pressões parciais do gás carbônico e do vapor de água, respectivamente, são dadas por  $p_{CO_2}$  e  $p_{H_2O}$ . São obtidas multiplicando a pressão local pela fração molar da respectiva espécie química e a unidade de medida que deve ser usada é o  $kgf/cm^2$ .

Ao contrário do esperado, é relativamente escassa na bibliografia a aplicação da TCR em modelos unidimensionais que leve em conta a geometria de tubeiras de motores foguete. Como a radiação é um fenômeno essencialmente tridimensional, sua solução analítica só é possível para alguns problemas idealizados e geometrias muito simples. O estudo unidimensional de uma tubeira real eleva a complexidade do modelo a ponto de um modelo numérico bidimensional ou tridimensional ser preferido quando a TCR deva ser considerada.

Um dos poucos modelos numéricos unidimensionais sobre TCR em motores foguete é apresentado em Howell *et al.* (1965a). Este relatório técnico trata da transferência de calor em tubeiras de motores de propulsão nuclear operando com hidrogênio diatômico em temperaturas elevadas. Em tais motores o propelente à elevada pressão percorre o interior de um reator nuclear de núcleo gasoso, absorvendo o calor produzido pelo combustível nuclear e elevando sua temperatura. Como as temperaturas em tais motores são consideravelmente mais elevadas que a dos motores químicos (propelentes sólidos e líquidos), a transferência de calor por radiação é relativamente grande em relação à transferência de calor por convecção.

Os autores utilizam o Método de Monte Carlo para calcular a quantidade de calor absorvida por elementos de volume de gás dentro da tubeira do motor. Esta energia é emitida pela cavidade do reator e também dos demais elementos de volume dentro do domínio. Um balanço de energia é então utilizado para calcular a temperatura dos elementos de volume dentro do domínio, assim como o fluxo de calor incidente nas paredes da tubeira.

Os autores estudaram três geometrias de tubeira, mas o programa de computador é construído de forma a aceitar alterações nas dimensões. A discretização espacial utilizada é de 20 elementos de volume na direção axial e 5 na direção radial, mas o número de raios usados pelo Monte Carlo não é informado. Para garantir que a discretização espacial fosse suficientemente refinada e o número de raios fosse adequado os autores executaram diversas simulações, aumentando gradualmente o número de elementos de volume e a quantidade de raios até que não houvesse mais alteração significativa no campo de temperatura.

Apesar da discretização do domínio ser de fato bidimensional axissimétrica, os campos de pressão e número de Mach são calculados usando equações que descrevem o escoamento quase unidimensional em bocais convergente-divergente, portanto os elementos



de uma dada posição longitudinal possuem mesma pressão e mesmo número de Mach, independente da sua posição radial.

O mesmo ocorre para a temperatura, ou seja, para cada posição longitudinal, todos os elementos distribuídos radialmente possuem a mesma temperatura. Porém a avaliação do termo fonte radiativo para um determinado elemento (em certa posição longitudinal e radial) contabiliza a absorção da radiação proveniente de elementos de todo o domínio que podem “ser vistos” a partir deste elemento mais a radiação emitida pelas paredes da cavidade do reator.

A razão de calores específicos e a viscosidade dinâmica são consideradas funções da temperatura e o calor específico à pressão constante como função da pressão e da temperatura. O coeficiente de convecção é calculado usando um modelo matemático simplificado. As taxas de calor transferido por convecção e por radiação em cada elemento na direção radial são assumidas como proporcionais à vazão mássica de propelente que atravessa esse elemento, assumindo-se que o perfil de velocidades na entrada da tubeira permanece constante ao longo do comprimento do domínio.

Segundo os autores, a hipótese supracitada é equivalente à da mistura completa na direção radial, assim todos os elementos em uma posição longitudinal possuem a mesma temperatura, independentemente da sua posição radial. As equações do balanço de energia para cada elemento de volume no domínio são reunidas formando um sistema de equações que é resolvido utilizando o Método de Newton-Raphson. O campo de temperaturas encontrado é então usado para atualizar as propriedades do fluido e o processo é repetido até que a diferença entre duas soluções consecutivas da norma L1 do resíduo da temperatura seja inferior a 0,01 (HOWELL *et al.*, 1965a).

Ainda segundo Howell *et al.* (1965a), medições de acuraria para a solução do Monte Carlo não puderam ser efetuadas porque neste problema o Monte Carlo está acoplado ao Método das Diferenças Finitas usado para resolver a equação da energia.

Para verificar o código os autores comparam as soluções do problema considerando os mecanismos de transferência de calor isoladamente (convecção apenas ou radiação apenas) e depois combinando os dois mecanismos. A solução combinando a convecção e a radiação prevê um fluxo de calor ligeiramente menor que a soma dos fluxos de calor obtidos em simulações de cada mecanismo isoladamente. Os autores explicam que isso é esperado, pois a solução combinada é calculada a partir de um perfil de temperaturas ligeiramente inferior por conta da transferência devido a dois mecanismos de transferência de calor e não apenas um.

Para garantir que o refinamento da malha foi adequado, os autores testaram um número suficientemente grande de malhas de forma que o perfil de temperaturas em função da distância na direção do eixo da tubeira não mais sofresse variação significativa (norma L1 do resíduo do campo de temperatura inferior a 0,01 conforme já descrito parágrafos acima).

Os autores estudaram três geometrias simplificadas, cuja única diferença é o diâmetro da garganta. Além da geometria, os autores também estudaram a influência das condições de contorno como diferentes temperaturas da cavidade do reator (entrada da tubeira) e diferentes temperaturas de parede. A principal contribuição do trabalho é a determinação dos elevados fluxos de calor e a posição na qual ocorrem. Dependendo das condições de contorno empregadas, o maior fluxo de calor ocorre na entrada da seção convergente e não na garganta, conforme o esperado para motores foguete de propelente líquido.

Este trabalho, apesar de bastante aprimorado, considerando os recursos computacionais da época, contém várias simplificações, por exemplo, apenas a equação da energia é resolvida, sem considerar simultaneamente as demais leis de conservação. Apesar de haver opções para modelar o coeficiente de absorção como função da pressão, temperatura e comprimento de onda, seu valor é calculado no ponto de emissão do raio e mantido constante ao longo de seu caminho. A temperatura é assumida como constante ao longo da direção radial, portanto o modelo continua essencialmente unidimensional.

Em Howell *et al.* (1965b), os autores incrementam o modelo matemático descrito em Howell *et al.* (1965a) para que também considere variações radiais no campo de temperaturas. Desta forma apenas os elementos em contato com a parede do motor contabilizam o termo da transferência de calor por convecção. Entretanto as equações da quantidade de movimento, massa e estado não são resolvidas juntamente com a equação da energia. Os autores não informam qual a discretização utilizada, tanto do número de elementos nas direções longitudinal e radial como o número de raios usados pelo Método de Monte Carlo.

Modelos numéricos bidimensionais e tridimensionais para avaliar a transferência de calor em motores foguete são mais comuns na literatura. Um exemplo é descrito em Naraghi e Nunes (2002), onde é estudado o efeito da radiação térmica em duas câmaras de empuxo de motores foguete que utilizam refrigeração regenerativa. O modelo numérico considera os seguintes fenômenos:

- a) A transferência de calor do escoamento de gases quentes para a parede da câmara de empuxo devido à convecção e radiação (modelo tridimensional para a radiação);

- b) A transferência de calor por condução no interior da parede da câmara de empuxo (modelo bidimensional resolvido para várias seções transversais localizadas em diferentes posições axiais na câmara de empuxo);
- c) A transferência de calor por convecção dos canais de refrigeração para o refrigerante (diversas configurações dos canais podem ser simuladas, assim como algumas formas construtivas);
- d) Um modelo de reações químicas é usado para obter as propriedades dos gases quentes e sua composição química;

O método numérico usado para calcular a TCR no interior da câmara de empuxo é o Método do Fator de Forma Discreto (*Discrete Exchange Factor* conforme terminologia em língua inglesa). Este método avalia a contribuição de cada elemento de volume e também cada elemento de área da parede que podem ser vistos de um dado elemento de área para o qual se dirige a atenção. Para avaliar o coeficiente de absorção dos gases quentes é utilizado o Método da Soma Ponderada dos Gases Cinza. A composição química dos gases quentes e suas propriedades físicas são obtidas com o uso de um modelo de reações químicas.

Os autores estudam dois motores de propelente líquido: um que utiliza o  $\text{LH}_2/\text{LOX}$  e outro que utiliza  $\text{RP1}/\text{LOX}$  ( $\text{RP1}$  é um tipo de querosene utilizado na propulsão de foguetes). A análise do motor que opera com  $\text{LH}_2/\text{LOX}$  mostrou que quando a radiação térmica é considerada, o fluxo de calor para a parede da câmara de combustão é aproximadamente 10% maior e a temperatura na superfície interna da parede se aproxima da temperatura da garganta. Também se observou que a temperatura de estagnação do refrigerante (neste caso o  $\text{LH}_2$ ) ficava bastante aumentada quando a radiação térmica era considerada.

O segundo motor apresentado no artigo opera com  $\text{RP1}/\text{LOX}$  e o fluido refrigerante é o  $\text{LOX}$ . Sendo um hidrocarboneto, o  $\text{RP1}$  gera, além da  $\text{H}_2\text{O}$ , concentrações apreciáveis de  $\text{CO}_2$  e  $\text{CO}$ , de forma que o coeficiente de absorção médio dos gases quentes é maior que o dos gases gerados pelo motor descrito anteriormente, onde apenas  $\text{H}_2\text{O}$  participa mais significativamente na TCR. Por isso quando a radiação é considerada, a temperatura da parede da câmara de combustão atinge valores 20% maiores em comparação ao resultado desconsiderando a radiação. A queda de pressão no refrigerante aumenta 21%, fazendo com que o número de Mach ultrapasse 0,35 na garganta e na descarga dos canais, o que, segundo os autores, é prejudicial ao desempenho do motor. Infelizmente nenhum dado sobre o tempo computacional é relatada neste trabalho. Os autores concluem que os efeitos da radiação térmica devem ser considerados no projeto dos canais de refrigeração, principalmente em motores que utilizam hidrocarboneto como combustível.

Em Wang (2006) são apresentados estudos numéricos cujo objetivo é realizar a análise conjunta de parâmetros de desempenho e de transferência de calor no motor principal (SSME) do Ônibus Espacial (*Space Shuttle*). Um dos aspectos abordados é a incorporação de um modelo numérico para estudar a radiação térmica. Este motor opera com o par propelente  $\text{LH}_2/\text{LOX}$ , cujos produtos de combustão contribuem com um fluxo de calor radiativo pequeno, duas ordens de grandeza menor que o fluxo de calor devido à convecção.

O autor informa que a motivação de inserir o modelo radiativo deveu-se ao renovado interesse nos Estados Unidos por pares propelentes que utilizam hidrocarbonetos como combustíveis e a validação dos códigos numéricos com os dados do SSME aumentará a confiança neles como ferramenta para projetos futuros que utilizem hidrocarbonetos.

O autor utiliza tanto malhas bidimensionais quanto tridimensionais e a TCR é modelada pela Equação da Transferência Radiativa (ETR) sem espalhamento, utilizando o Método das Ordenadas Discretas (MOD). Para obter o coeficiente de absorção utilizado nesta equação, o autor utilizou o método espectral baseado no modelo de Soma Ponderada de Gases Cinza e apenas o vapor de água foi considerado como gás participante da TCR.

Ainda em Wang (2006), o autor concluiu que incorporar as perdas de calor por convecção e radiação em motores de foguete com refrigeração regenerativa melhora a predição do empuxo. Como se trata de um assunto estratégico, dados como a geometria da câmara de empuxo, condições de operação e resultados das medições de empuxo feitas em banco estático não são divulgadas.

Sempre que uma simulação numérica é conduzida, recomenda-se que uma análise dos erros numéricos também seja feita, a fim de se assegurar que o modelo matemático foi adequadamente resolvido e de se calcular a incerteza numérica associada a alguns parâmetros importantes referentes à simulação. Uma análise de erros numéricos aplicados em escoamentos compressíveis em motores foguete pode ser encontrada em Araki (2007). Neste trabalho o autor utilizou o código Mach2D, versão 6.0 para simular o escoamento invíscido ou laminar em uma tubeira de geometria cossenoidal.

O autor fez simulações considerando diversos modelos físicos e químicos e concluiu que mesmo malhas relativamente grosseiras, com aproximadamente 80 volumes na direção axial e 24 volumes na direção radial, produzem incertezas numéricas de mesma magnitude que as incertezas experimentais disponíveis na literatura. Este resultado é importante para o presente trabalho, pois o método escolhido para simular a TCR utiliza uma malha tridimensional, logo a quantidade de elementos de volumes aumenta significativamente com o refinamento da malha. O modelo matemático proposto na versão 6.0 do código, tal como

utilizado em Araki (2007), não considera a TCR assim como a versão 6.2, última disponível até a data em que o presente trabalho foi escrito.

Do ponto de vista dos métodos numéricos utilizados para avaliação da TCR, os mais promissores e que mais têm se destacado na literatura são o Método das Ordenadas Discretas (CHANDRASEKHAR, 1960; LATHROP, 1966; FIVELAND, 1984, 1987, 1988; VISTANKA e MENGÜÇ, 1987), o Método da transferência Discreta (LOCKWOOD e SHAH, 1981; COELHO e CARVALHO, 1997) e o Método de Monte Carlo (HOWELL e PEARLMUTER, 1964; HOWELL, 1968).

O Método de Monte Carlo (MC) é um dos mais antigos e Howell *et al.* (1965a, 1965b) o aplicaram em seus códigos computacionais de transferência de calor em tubeiras para motores com propulsão nuclear já comentado anteriormente. É um método basicamente estatístico, que utiliza números randômicos para fazer a escolha da direção de propagação da radiação e avaliação do coeficiente de absorção. Este método fornece uma estimativa de erro baseada nos resultados, porém uma grande quantidade de raios tem que ser calculada para que o resultado seja representativo. Como o código necessita traçar e seguir raios pelo interior do domínio, muitos cálculos geométricos são necessários, o que aumenta sobremaneira o custo computacional (tempo de execução do código).

O Método da Transferência Discreta (MTD) tem a vantagem de ser intuitivo do ponto de vista dos fluxos de calor, mas também utiliza uma discretização angular que requer seguir raios no interior do domínio e determinar quais elementos de volume são influenciados pelos raios. Este método também possui custo computacional relativamente elevado, porém menor que do MC, pois os raios são distribuídos em direções preestabelecidas de forma que o domínio de cálculo seja razoavelmente bem avaliado mesmo com poucos raios. Este método possui como vantagens a simplicidade do modelo, habilidade para modelar geometrias complexas e pouco recurso em termos de memória. Sua principal desvantagem é a inabilidade para modelar o espalhamento anisotrópico e superfícies não difusas. Após a proposta de uma formulação conservativa por Coelho e Carvalho (1997), este método se tornou bastante indicado para a aplicação no problema da TCR em tubeiras. Apesar das vantagens, não foi encontrado na literatura um trabalho sobre TCR em tubeiras de motores foguete utilizando este método.

Um método que vem recebendo muita atenção é o Método das Ordenadas Discretas (MOD). Uma das principais razões é conseguir modelar problemas mais gerais em radiação, como aqueles em que ocorre espalhamento anisotrópico e paredes não difusas.

Assim como o MC e o MTD, este método utiliza a mesma discretização do domínio que os métodos normalmente utilizados para resolver as equações da conservação da energia, quantidade de movimento linear e da massa (*i.e.* Método das Diferenças Finitas, Método dos Volumes Finitos).

O MOD baseia-se na dependência direcional da radiação. Uma esfera imaginária centrada em um elemento de volume do domínio é dividida e dentro de cada elemento de ângulo sólido é definida uma direção para a intensidade da radiação. A equação da transferência radiativa é aplicada em cada direção, produzindo uma equação diferencial que forma, junto com as equações considerando outras direções, um sistema de equações a ser resolvido para o elemento de volume em estudo.

Este método combina todas as vantagens dos demais métodos, mas como faz uma aproximação da derivada da intensidade da radiação, alguns efeitos inconvenientes como o efeito do raio (*ray effect*) podem ocorrer. As vantagens supracitadas tornam o método muito robusto se comparado aos outros métodos de avaliação da TCR.

O MOD e suas variações como as apresentadas em Salah *et al.* (2004), Kim e Baek, (2005), em geral tem apresentado bons resultados para diversos problemas físicos bidimensionais axissimétricos.

Segundo Chui *et al.* (1992), o Método dos Volumes Finitos aplicado à radiação é baseado nas mesmas ideias que o Método dos Volumes Finitos aplicado a escoamentos de fluidos e transferência de calor devido à difusão e convecção. Para problemas de radiação, uma esfera hipotética envolvendo o elemento de volume para o qual se dirige o interesse, é dividida em iguais elementos de ângulo sólido ou em iguais incrementos de ângulos nas direções polar e azimutal. A intensidade da radiação entrando e saído do volume de controle é calculada usando a equação da transferência radiativa (ainda por ser detalhada neste trabalho) aplicada em sua forma diferencial para cada direção compreendida dentro de um elemento de ângulo sólido. A equação é então integrada em cada elemento de volume sobre cada elemento de ângulo sólido, formando assim um sistema de equações discretizadas, cuja solução permite obter o balanço local e, conseqüentemente global da energia radiativa. O método foi estendido para geometrias cilíndricas (CHUI; RATHBY e HUGHES, 1992).

Um último método numérico a ser citado neste trabalho é o Método do Fator de Forma Discreto (FFD ou DEF, *Discrete Exchange Factor* conforme a terminologia em língua inglesa). Este método foi utilizado em Naraghi e Nunes (2002) para avaliar a TCR em câmaras de empuxo, conforme descrito anteriormente. Neste método a troca de energia radiante entre elementos discretos de área e/ou volume são expressos na forma de fatores de

forma discretos. Uma matriz relaciona a TCR entre elementos de área ou volume com os demais elementos que são visíveis.

Além de ser necessário um algoritmo para identificar se há bloqueio da “linha de visão” pela garganta, é necessário também avaliar a transmissividade ao longo de tal linha de visão. Isso requer identificar quais elementos de volume são atravessados por essa linha de visão e o coeficiente de absorção local utilizado para calcular a transmissividade, ou seja, a parcela da radiação emitida por um elemento de área ou volume e que é atenuada no percurso antes de atingir o elemento de área ou volume em estudo.

Observando as características dos métodos numéricos utilizados para calcular a TCR é possível identificar três métodos como mais indicados: o MOD, o MTD e o FFD. Destes apenas o FFD foi aplicado a problemas de TCR em motores foguete, porém é tridimensional e relativamente complexo. Nenhuma informação é dada sobre a eficiência computacional do método e as informações sobre a implementação do método, apesar de bem descrito em Naraghi e Nunes (2002), não são informadas as estratégias de inversão de matrizes e de solução do sistema linear de equações. O MOD é recomendado por ser bastante robusto e pode ser aplicado em geometrias bidimensionais axissimétricas, porém é mais complicado. Por isso foi escolhido o Método da Transferência Discreta (MTD) para calcular a TCR.

## 1.4 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é escrever um programa computacional que estime a TCR na câmara de empuxo de um motor foguete e que possa ser adicionado ao código Mach2D 6.2 na forma de módulo. O módulo deve realizar os cálculos e fornecer ao Mach2D a contribuição da radiação para que seja adicionada como termo fonte da equação da energia, de forma semelhante como é feito atualmente com o termo fonte químico.

Os objetivos específicos do presente trabalho são:

- Fazer a verificação do código computacional DTM\_3D\_Axisymmetric1.1, no qual está implementado o Método da Transferência Discreta (MTD) usado para resolver a TCR. A verificação será feita comparando os resultados obtidos com uma ou mais soluções *benchmarking*, por exemplo, os problemas das seções 3.1 e 3.2 apresentados em Kim e Baek (2005) e o problema descrito originalmente em Wu e Fricker (1971);

- Adaptar o código para que o MTD possa ser acoplado ao Mach2D 6.2. A nova versão chamar-se-á Mach2D 6.3;
- Fazer a verificação do código Mach2D 6.3 utilizando as simulações do fluxo de calor em função da distância axial em motores foguete de propulsão nuclear descritos em Howell *et al.* (1965a) ou em Howell *et al.* (1965b), pois apesar de utilizar um método numérico distinto do escolhido neste trabalho e resolver apenas a equação da energia, estas simulações contém informações detalhadas da geometria, condições de contorno e propriedades físicas do fluido que escoam pela tubeira. Outros trabalhos apresentam problemas bastante interessantes, porém informações essenciais para a reprodução da simulação são ausentes.

## 1.5 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho é constituído de cinco capítulos, cujo conteúdo é brevemente descrito na sequência:

- No primeiro capítulo foi apresentada a definição do problema, a motivação pela escolha do tema, a revisão bibliográfica e os objetivos principais deste trabalho;
- No segundo capítulo é apresentada brevemente a fundamentação teórica sobre motores foguete, radiação térmica e sobre métodos numéricos. O capítulo inicia descrevendo a teoria de funcionamento dos motores foguete e exemplos de formas construtivas. Em seguida há um tópico dedicado ao problema da transferência de calor por radiação em meios participantes;
- No terceiro capítulo é descrito o modelamento matemático: as equações de conservação e as condições de contorno usadas para compor a versão 6.3 do Mach2D, que considera a transferência de calor por radiação acoplada ao escoamento dos gases dentro da câmara de empuxo. Uma descrição detalhada do algoritmo de traçagem de raios é apresentada em um tópico separado, pois esta rotina constitui a parte central do MTD e há pouca informação sobre este procedimento na literatura especializada;
- No quarto capítulo são apresentados resultados para três problemas modelo, que possuem solução conhecida ou suficientemente estudada. O objetivo é validar a implementação do MTD. Como tais problemas não estão relacionados a motores



foguete, um programa auxiliar, chamado DTM\_3D\_Axisymmetric1.1 foi desenvolvido para resolver estes problemas, sendo que o MTD aparece dentro dele na forma de módulo. Depois de validado com os três problemas modelo este módulo foi adicionado ao Mach2D formando a versão 6.3. Dois problemas de escoamento em motores foguete são, então, resolvidos e os resultados discutidos;

- No quinto capítulo apresenta as conclusões do trabalho e as sugestões de trabalhos futuros são apresentados.

## **2 A RADIAÇÃO TÉRMICA EM MOTORES FOGUETE**

No início deste capítulo é feita uma breve descrição do funcionamento dos motores foguete tendo em foco o aspecto de transferência de calor. Em seguida é tratado o problema da TCR em meios participantes, ou seja, nos meios translúcidos à radiação térmica, os quais interferem na transferência de calor. Também estão incluídos resumos sobre o Método da Transferência Discreta (MTD) e o modelo matemático do Mach2D.

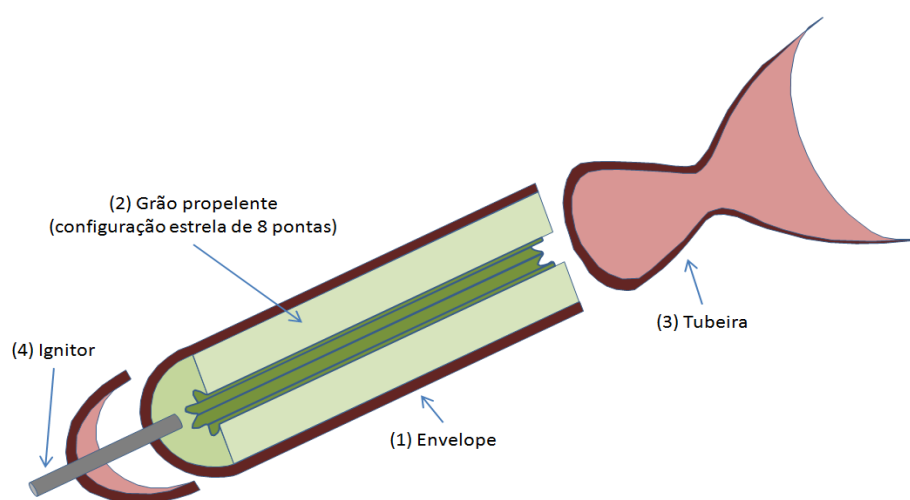
### **2.1 MOTORES FOGUETE**

Complementando a definição dada no início do capítulo 1, foguetes são projetados para cumprir missões de caráter científico, exploratório ou mesmo militar. Para executar um voo até altitudes elevadas é necessário que o veículo seja autopropelido, ou seja, por si só gere uma força que o impulse através das camadas da atmosfera ou no espaço. Sutton e Biblarz (2010) chamam esta força reativa de empuxo e este termo é amplamente utilizado para designar essa força reativa produzida pelo motor do foguete.

Em um foguete, o empuxo é a única força que se opõe à da gravidade e arrasto aerodinâmico, ou seja, somente esta força possibilita o movimento ascendente do veículo. Portanto o projeto do sistema de propulsão de um foguete deve ter elevada confiabilidade. Um estudo minucioso da transferência de calor nos componentes do sistema de propulsão é de primordial importância e não apenas durante o projeto, mas durante os testes e mesmo na análise de falhas.

Dependendo do tipo de motor químico, diferentes estratégias de refrigeração são utilizadas. Em um motor de propelente sólido o próprio propelente protege as paredes da câmara de combustão de se superaquecerem. O calor gerado na combustão é absorvido pelo propelente nas adjacências da cavidade interna e logo em seguida é queimado e os gases formados são ejetados do interior da cavidade. Apenas no final da operação, quando apenas uma pequena fração do propelente ainda está para ser queimada é que o calor atinge as paredes da câmara de combustão.

Para motores reusáveis um isolamento térmico de elastômero é utilizado para absorver esse calor do final da queima e impedir que ocorram danos por superaquecimento, sendo que diversos motores de veículos de sondagem brasileiros utilizam essa técnica. A Figura 2.1 mostra os componentes de um motor de propelente sólido, sendo que o motor é representado em corte no sentido longitudinal e em vista explodida para evidenciar a geometria da cavidade, onde o grão propelente é ignitado.



**Figura 2.1: Corte esquemático de um MFPS para evidenciar os componentes.**

Os motores de propelente líquido são mais complexos do ponto de vista de projeto, pois requerem diversos componentes a mais que os motores sólidos. Há propelentes nos quais o combustível e oxidante compõem um mesmo composto químico que se decompõe quando devidamente catalisado. O propelente com esta característica é chamado monopropelente e o peróxido de hidrogênio ( $H_2O_2$ ) é um exemplo.

O mais comum, porém é que o oxidante e o combustível sejam líquidos diferentes. Neste caso diz-se bipropelente ou par propelente aos compostos combustível e oxidante. Este é o caso do oxigênio líquido (LOX) e do hidrogênio líquido ( $LH_2$ ). Eles são armazenados em tanques separados e tubulações, válvulas, filtros e demais acessórios são necessários para conduzi-los até a turbo-bomba e desta até a câmara de empuxo.

O tipo de motor de propelente líquido mais comum é o que utiliza uma turbo-bomba para recalcar os propelentes para a câmara de empuxo. Este tipo de motor em geral utiliza um conjunto de canais de refrigeração nas paredes da câmara de empuxo.

O objetivo principal da circulação forçada nestes canais é refrigerar o material das paredes da câmara de empuxo. Tal efeito possibilita uma fonte de energia confiável para o

acionamento da turbo-bomba, pois o desvio de propelente (normalmente o combustível) usado para refrigerar algumas regiões das paredes da câmara de empuxo é queimado junto com o oxidante dentro de uma pequena câmara de combustão cuja função é gerar gases quentes em alta pressão. Esses gases são usados para propelir a turbo-bomba.

Desta forma é possível construir câmaras de empuxo que operam com pressões e temperaturas mais elevadas, o que gera um aumento considerável de rendimento se comparado a um motor que utiliza como mecanismo de pressurização dos propelentes um tanque auxiliar de pressurização.

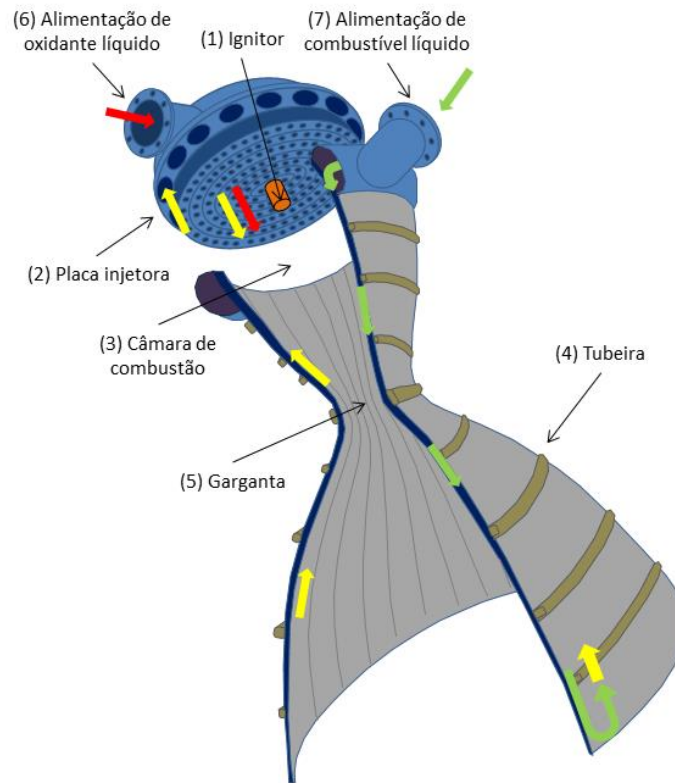
O subconjunto chave de um motor de foguete de propelente líquido é a câmara de empuxo. Nela os propelentes são dosados, injetados, atomizados, vaporizados, misturados e queimados para fornecer os produtos de reação que são acelerados e ejetados em velocidades supersônicas (SUTTON e BIBLARZ, 2010, p. 271).

A câmara de empuxo é o componente do motor que efetivamente converte a energia química dos propelentes em energia cinética necessária para alterar a quantidade de movimento do foguete. É basicamente constituída pela placa injetora, câmara de combustão, tubeira e acessórios. A Figura 2.2 mostra detalhes da câmara de empuxo de um motor de propelente líquido que utiliza o par propelente (LOX/LH<sub>2</sub>).

A placa injetora é responsável por atomizar e misturar os propelentes na proporção correta dentro da câmara de combustão. Uma vez na câmara de combustão as gotas atomizadas se vaporizam e os propelentes ficam misturados no nível molecular.

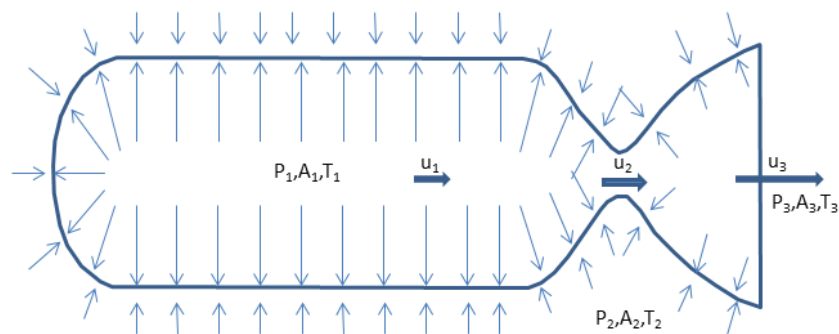
Algumas combinações entre combustível e oxidante reagem espontaneamente quando entram em contato não sendo necessário um ignitor para iniciar a combustão, caso contrário o oxidante e combustível precisam de uma fonte de calor auxiliar no momento da partida do motor. O ignitor é então acionado para produzir e sustentar uma chama por um dado intervalo de tempo. Uma vez iniciada a combustão, o próprio calor gerado ignita a mistura injetada em seguida, sustentando a combustão enquanto haja injeção dos propelentes na câmara.

Na câmara de combustão ocorre a reação de combustão, portanto seu volume deve ser suficiente para que os propelentes reajam durante o tempo de permanência em seu interior. Apesar disso seu volume é em geral pequeno quando comparado com a tubeira. É dentro da câmara de combustão que ocorrem as maiores temperaturas e a maior parcela de transferência de calor por radiação, motivo pelo qual é em geral construída com associações de diferentes metais, revestida com uma camada a fim de minimizar a oxidação e refrigerada com o próprio combustível.



**Figura 2.2:** Câmara de empuxo de MFPL com refrigeração regenerativa. Adaptado de Sutton e Biblarz (2010).

Conforme mostrado nas Figs 2.2 e 2.3, a extremidade da câmara de combustão se une à seção convergente da tubeira. A função da seção convergente é acelerar os produtos de combustão até a velocidade do som. Na garganta da tubeira a velocidade do escoamento já deve ser sônica para permitir que na próxima seção da tubeira a aceleração dos gases continue aumentando, pois o empuxo ( $F$ ) é função da velocidade dos gases na saída da tubeira ( $u_3$ ).



**Figura 2.3:** Representação da distribuição de pressão de um motor hipotético.

A Eq. (2.1) é a utilizada no cálculo do empuxo admitindo a velocidade dos gases constante em toda a área de seção transversal de saída da tubeira ( $A_3$ ) e que esta velocidade está apenas na direção longitudinal da tubeira, assim como o empuxo. O perfil de pressão dentro e fora do motor é mostrado na Figura 2.3 através de setas. Quanto maiores as setas, maior a pressão. A pressão na saída da tubeira é representada por  $P_3$  e  $P_{atm}$  é a pressão das vizinhanças, em geral a pressão atmosférica. Se o motor está operando no vácuo,  $P_{atm}$  é zero, então o segundo termo da Eq. (2.1) atinge seu valor máximo para um dado projeto de câmara de empuxo. Como a pressão atmosférica é função principalmente da altitude, é comum especificar, junto com o valor do empuxo, a condição de operação, por exemplo, no vácuo ou ao nível do mar (SUTTON e BIBLARZ, 2010, p.35).

$$F = \dot{m}u_3 + (P_3 - P_{atm})A_3 \quad (2.1)$$

As diferenças entre os princípios básicos de funcionamento dos dois tipos de motores fazem com que a abordagem do problema da transferência de calor seja também diferente.

Construir um sistema de refrigeração em um motor de propelente sólido implica no aumento da massa inerte do motor (massa que não é propelente). Isto prejudica os parâmetros de desempenho do motor. A melhor saída é utilizar a refrigeração ablativa, também chamada refrigeração por sumidouro de calor.

Esta estratégia de refrigeração consiste em revestir todas as paredes expostas aos produtos de combustão com um material que possui propriedades térmicas especiais (elevada temperatura de fusão, condutividade térmica suficientemente reduzida e baixa capacidade calorífica volumétrica ( $\rho c_p$ )). Tal material é chamado ablativo e em geral consiste de fibras resistentes (fibra de carbono, fibra de aramida), imersas em uma matriz de ligante orgânico (resina epóxi). Em geral as fibras são orientadas em uma ou mais direções de acordo com a direção dos esforços os quais o componente fica exposto durante a operação.

Quando o motor é iniciado, os produtos de combustão transferem calor para as superfícies deste material, e estas se superaquecem e fundem, sendo erodidas e ejetadas juntamente com os produtos de combustão na pluma de exaustão. Esse fenômeno impede que uma quantidade grande de calor atravesse as paredes por condução térmica. Como o tempo de operação dos motores de propelente sólido é determinado durante seu projeto pela massa de propelente e geometria do grão propelente, a espessura do revestimento ablativo é calculada de modo a ser o suficiente para o tempo de operação requerido sem que se comprometa a integridade do motor.

A refrigeração ablativa e a composição química dos propelentes sólidos fazem com que algumas das espécies químicas formadas durante a combustão se apresentem nas fases líquida e sólida enquanto fluem pelo escoamento. Essas partículas impedem que a suposição de não espalhamento da radiação possa ser usada sem antes um estudo detalhado. Como o espalhamento da radiação não será considerado neste trabalho, sua importância na modelagem de um MFPS é o principal motivo deste trabalho se limitar a estudar MFPL.

Os motores de propelente líquido comumente utilizam o próprio propelente, em geral o combustível, como fluido refrigerante. Em muitos projetos é comum que o propelente em alta pressão seja forçado a escoar por um conjunto de canais que formam as paredes de grande parte da câmara de empuxo e eventualmente toda sua extensão. Neste processo o propelente absorve calor, refrigerando as paredes da câmara de empuxo. Em seguida é direcionado a uma câmara de combustão auxiliar onde reage com o oxidante.

O gás quente gerado na reação química é utilizado para impulsionar as turbo-bombas, cuja função é recalcar dos tanques ambos os propelentes, impelindo-os em uma pressão suficiente para vencer a perda de carga destes canais e principalmente a própria pressão de operação da câmara de combustão principal do motor. Em outros projetos o combustível aquecido e, portanto com entalpia aumentada, é injetado na câmara de combustão aumentando o empuxo total do motor aproximadamente 0,5 a 1% (SUTTON e BIBLARZ, 2010, p.291).

Na Figura 2.2 as setas verdes e amarelas indicam o caminho percorrido pelo combustível nos canais: as setas verdes indicam o combustível ainda frio e as amarelas o combustível já aquecido e retornando para a placa injetora. As setas vermelhas indicam o caminho percorrido pelo oxidante.

O princípio de refrigeração descrito acima é chamado refrigeração regenerativa. Ainda há outro método importante, bastante utilizado para MFPL de pequeno porte e chamado refrigeração radiativa, que consiste em manter o motor em operação por intervalos de tempos curtos o suficiente para prevenir seu superaquecimento. As partes aquecidas, em geral fabricadas em metais refratários como o rênio, nióbio e o molibdênio, irradiam calor para o ambiente ao redor e quando o motor é desligado continuam perdendo calor para o ambiente.

Motores de pequeno porte bastante usados para manobras no espaço são em geral deste tipo. Como alguns dos produtos de combustão são em geral corrosivos é comum revestir as paredes internas da câmara com irídio, platina, materiais cerâmicos, etc. A seção divergente da tubeira é construída em geral de titânio ou superligas de níquel.

Pode-se perceber pela grande diversidade de materiais e formas construtivas que o problema da transferência de calor é de importância primordial na pesquisa e desenvolvimento de motores foguete.

Em um motor foguete a transferência de calor por condução térmica (no escoamento) é praticamente nula. Os dois mecanismos de transferência de calor dominantes, e por isso importantes na modelagem, são a convecção e a radiação. A convecção é o mecanismo que mais influencia na transferência de calor, porém tipicamente até um terço da quantidade total de calor transferida ocorre por radiação (SUTTON e BIBLARZ, 2010, p.288).

Nos programas ou códigos computacionais de análise de transferência de calor muitas vezes são usadas aproximações simples para estimar a taxa de transferência por radiação. Isto é feito porque um estudo mais elaborado envolve em geral um tratamento matemático diferente do utilizado para resolver o escoamento dos gases dentro da câmara de empuxo, o que já é um problema complexo. Outro motivo para utilizar tais simplificações é que um cálculo detalhado da transferência de calor por radiação aumenta de forma significativa o tempo de processamento, reduzindo a eficiência do programa.

Para compreender melhor a abordagem física, matemática e numérica que serão utilizadas neste trabalho, é adequado que se faça antes um estudo da transferência de calor por radiação.

## **2.2 RADIAÇÃO TÉRMICA**

Como radiação térmica pode ser considerada a porção do espectro da radiação eletromagnética que compreende os comprimentos de onda entre 0,1 e 100 micrometros, ou seja, abrange toda a região do infravermelho, espectro visível e ainda uma parcela na região do ultravioleta (INCROPERA e DEWITT, 2008, p.495).

A transferência de calor por radiação ocorre basicamente de duas formas. Na primeira apenas como um fenômeno de transferência líquida das emissões de energia radiante entre superfícies em função da diferença finita de temperatura entre elas e da sua configuração geométrica. O meio que separa essas superfícies, em geral o ar, não influencia na transferência de calor, ou pelo menos não influencia a TCR dentro de uma faixa de comprimento de onda relativamente larga.



Na outra forma o meio que separa as superfícies influencia a transferência de calor por radiação. Neste caso ocorrem emissão e absorção de energia radiante também no interior do meio de separação (sólidos não opacos, líquidos ou gases). Neste caso a TCR passa a ser um fenômeno volumétrico e não mais de superfície (INCROPERA e DEWITT, 2008, p.494).

O mecanismo de emissão da radiação é associado à energia liberada nas oscilações ou transições dos vários elétrons presentes nos átomos do meio. Esta agitação eletrônica é mantida pela energia interna do meio, portanto é função da sua temperatura (INCROPERA e DEWITT, 2008, p.494).

A emissão ocorre para todas as superfícies e meios materiais não opacos à radiação térmica com temperatura acima de zero kelvin, e a diferença líquida entre as emissões de dois corpos caracteriza a transferência de calor por radiação.

Diferentemente dos processos de transferência de calor por condução e convecção que necessitam além do gradiente de temperatura um meio físico para a energia ser transferida, a transferência de calor por radiação não necessita de meio material para se propagar. Entretanto a existência de um meio material não opaco além de permitir a transmissão de parte da radiação eletromagnética pode influenciar na quantidade de calor transferida. Quando o meio material influencia a quantidade de calor transferida este é chamado meio participante. Neste caso o meio poderá emitir, absorver, espalhar a radiação ou ainda combinações destes processos simultaneamente.

Segundo Howell *et al.* (2011, p. 3), um fator importante a ser considerado é a maneira pela qual a radiação térmica depende da temperatura. Para os fenômenos de condução e convecção de calor, a energia transferida entre dois locais depende da diferença de temperatura entre esses locais aproximadamente à primeira potência e em alguns casos relativos à convecção é maior que a primeira potência, mas não chega a ser da ordem do quadrado da temperatura.

Na radiação, por outro lado, a taxa de transferência de radiação térmica depende da diferença de temperatura absoluta entre dois locais, na ordem da quarta potência da temperatura absoluta (medida em uma escala absoluta de temperatura, como a escala kelvin).

Desta observação se deduz que a transferência de calor por radiação se torna significativa em elevadas temperaturas. Outra consequência é que as equações dos modelos matemáticos que incluem a radiação juntamente com outro mecanismo de transferência de calor tornam-se não lineares.

A emissão e absorção de energia radiante são descritas em sua forma mais elaborada pela física moderna. Na engenharia, entretanto, uma abordagem mais simplificada pode ser

utilizada. Nesta abordagem a radiação de corpo negro e algumas propriedades dos corpos reais podem ser correlacionadas com a temperatura do corpo e a transferência de calor por radiação pode ser descrita considerando a direção e sentido de propagação da energia radiante (ótica geométrica) e métodos de traçagem de raios (*Ray Tracing Methods*). Por isso é comum se pensar na radiação como um conjunto de raios transportando o calor (HOWELL, SIEGEL e MENGÜÇ, 2011). Esta técnica é usada nos métodos numéricos usados para resolver a TCR.

### 2.2.1 Definições das propriedades físicas básicas nas superfícies

A quantidade líquida de energia trocada entre duas superfícies pode ser avaliada utilizando o ângulo sólido  $\omega$ . O conceito de ângulo sólido é semelhante ao de ângulo plano, mas em vez de relacionar um comprimento de arco com o seu raio, relaciona a região compreendida entre a área de uma calota esférica, o centro da esfera imaginária que gera a calota e pelo cone que une o centro à calota com o quadrado do raio da esfera. A Figura 2.4 mostra a definição de ângulo sólido fazendo uma associação com o ângulo plano.

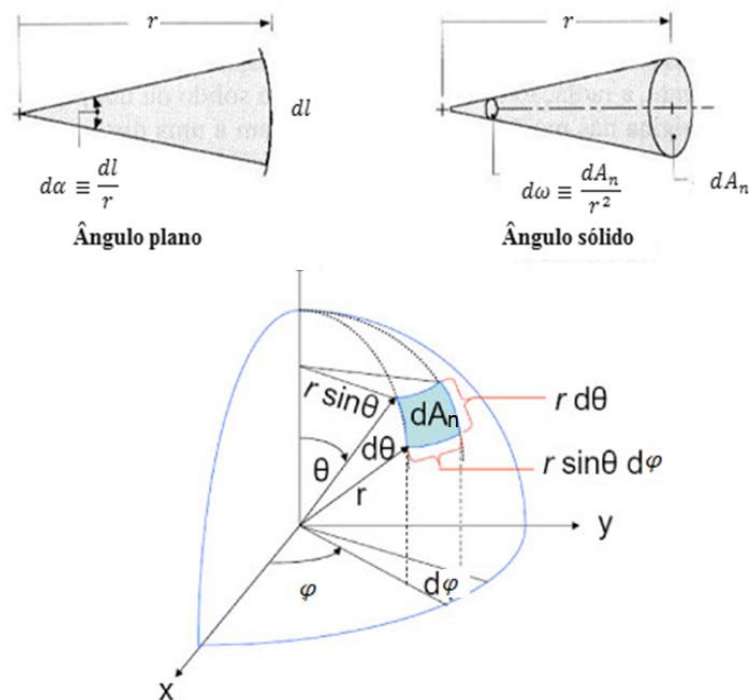


Figura 2.4: Definição de ângulo plano e ângulo sólido

Fonte: Adaptado de Incropera e DeWitt, (2008).

Um elemento infinitesimal de ângulo sólido pode ser descrito em coordenadas esféricas conforme mostrado na Figura 2.4 e descrito em termos matemáticos por:

$$d\omega \equiv \frac{dA_n}{r^2} = \sin \theta d\theta d\varphi \quad (2.2)$$

A principal propriedade intensiva relativa à transferência de calor por radiação enquanto um raio atravessa um meio em uma posição espacial  $S$  é a intensidade espectral direcional  $I_\lambda(S, \vec{\Omega})$ . É definida como a taxa na qual a energia radiante é emitida a um comprimento de onda  $\lambda$  na direção  $\vec{\Omega} = (\theta, \varphi)$ , por unidade de área de superfície emissora normal a essa direção, por unidade de ângulo sólido  $d\omega$  em torno dessa direção e por unidade do intervalo do comprimento de onda  $d\lambda$  em torno de  $\lambda$ . Em termos matemáticos:

$$I_\lambda(S, \vec{\Omega}) = \lim_{dA, d\lambda, d\omega \rightarrow 0} \frac{d^2 \dot{Q}_\lambda(S, \vec{\Omega})}{dA \cos \theta d\omega d\lambda} \quad (2.3)$$

Nesta equação o operador  $d^2$  em  $d^2 \dot{Q}_\lambda(S, \vec{\Omega})$  significa que a taxa de transferência de calor  $\dot{Q}$  é dada por unidade de área infinitesimal  $dA$  e por unidade de ângulo sólido infinitesimal  $d\omega$ . A intensidade espectral é uma grandeza escalar, função da direção descrita neste trabalho no sistema de coordenadas esféricas.

Por esse motivo aparece o cosseno do ângulo polar  $\theta$  multiplicando a área infinitesimal  $dA$ , ou seja, a intensidade espectral é definida não em relação à área da superfície emissora e sim em relação à área projetada da superfície emissora conforme vista a partir da direção  $(\theta, \varphi)$ . Sua unidade de medida comumente empregada na engenharia é o  $W/(m^2 sr \mu m)$ .

Como a intensidade espectral é definida em relação à área projetada, o fluxo de calor emitido pela superfície dependerá da direção  $(\theta, \varphi)$  onde  $\theta$  é o ângulo polar e  $\varphi$  o ângulo azimutal. Pode-se ver que o fluxo de calor será máximo em  $\theta = 0$ .

A emissão ou absorção da energia radiante por um corpo real é proporcional à temperatura do corpo, mas corpos reais compostos de diferentes materiais irradiam e absorvem quantidades de calor diferentes mesmo que estejam à mesma temperatura.

O material de construção do corpo, sua rugosidade superficial, camada de óxido, entre outros fatores, afetam a emissão e a absorção da energia radiante. Por isso é necessário

especificar um objeto idealizado com propriedades radiativas padronizadas. Tal objeto é chamado corpo negro.

Na prática não há corpos que se comportem exatamente como um corpo negro, embora alguns materiais dispostos em algumas configurações geométricas se aproximam muito do corpo negro. Definir um corpo emissor perfeito fornece uma base para avaliar as superfícies de corpos reais. Um corpo negro pode ser definido pelas seguintes propriedades (INCROPERA e DEWITT, 2008):

- a) Um corpo negro absorve toda a radiação incidente independentemente do comprimento de onda e da direção;
- b) Para uma temperatura e comprimento de onda dados, nenhuma superfície pode emitir mais energia radiante que um corpo negro;
- c) Embora a radiação de um corpo negro seja função do comprimento de onda e da temperatura, é independente da direção, isto é, o corpo negro é um emissor difuso.

Desta definição e da aplicação da segunda lei da termodinâmica a um corpo negro isotérmico dentro de uma cavidade opaca, isotérmica e evacuada cujas superfícies internas também são negras é possível deduzir que o corpo negro além de absorvedor perfeito é também um emissor perfeito.

Pela definição a energia radiante emitida por um corpo negro é independente da direção, logo o perfil do fluxo de calor por unidade de área emitido como função da direção recebe o nome de poder emissivo espectral direcional que, para uma direção  $(\theta, \varphi)$  é dado pela Lei do Cosseno de Lambert:

$$E_{\lambda,b}(\theta, \varphi, T) = E_{\lambda,b}(\theta, T) = I_{\lambda,b}(T) \cos(\theta) , \quad (2.4)$$

cuja unidade de medida é o  $W/(m^2 \text{ sr } \mu m)$ . Quando integrado sobre todas as direções no hemisfério ao redor da superfície é obtido o poder emissivo espectral hemisférico de corpo negro, cuja unidade passa a ser  $W/(m^2 \mu m)$ :

$$\begin{aligned} E_{\lambda,b}(T)d\lambda &= \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} (I_{\lambda,b}(\theta, \varphi, T) \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi) d\lambda = \\ I_{\lambda,b}(T) \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} (\cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi) d\lambda &= \pi I_{\lambda,b}(T) d\lambda . \end{aligned} \quad (2.5)$$

Quando é feita a integração sobre todos os comprimentos de onda se obtém o poder emissivo total hemisférico de corpo negro em  $W/(m^2)$  dado pela Lei de Stefan-Boltzmann:

$$E_b(T) = \int_{\lambda=0}^{\infty} E_{\lambda,b}(T) d\lambda = \pi I_b(T) = n^2 \sigma T^4, \quad (2.6)$$

onde  $n$  é o índice de refração do meio, neste trabalho considerado unitário. A constante de Stefan-Boltzmann e a quarta potência da temperatura aparecem durante a integração da função distribuição de corpo negro, também chamada distribuição de Planck. Detalhes da integração são omitidos neste trabalho, mas podem ser encontrados em Howell *et al.* (2011, p. 23).

Neste trabalho, os fluxos de calor considerados serão totais, ou seja, englobam todos os comprimentos de onda conforme a distribuição de Planck. Em trabalhos futuros, os efeitos espectrais que os gases de combustão provocam poderão ser considerados e neste caso uma análise em cada incremento de comprimento de onda  $\Delta\lambda$  (pequeno o suficiente para que a emissividade espectral possa ser considerada aproximadamente constante) deve ser considerada. Um exemplo dessa aplicação pode ser encontrado em Fiveland e Jamaluddin (1989).

O poder emissivo espectral hemisférico não é utilizado, mas sim sua fração correspondente ao intervalo  $\Delta\lambda$  centrado em torno de  $\lambda$ . Essa quantidade é chamada poder emissivo de banda:

$$f_{\lambda_1 T \rightarrow \lambda_2 T} = \frac{1}{\sigma T^4} \left[ \int_{\lambda=0}^{\lambda_2} E_{\lambda,b}(T) d\lambda - \int_{\lambda=0}^{\lambda_1} E_{\lambda,b}(T) d\lambda \right] = f_{0 \rightarrow \lambda_2 T} - f_{0 \rightarrow \lambda_1 T}, \quad (2.7)$$

onde os valores de  $f_{0 \rightarrow \lambda T}$  podem ser obtidos de tabelas, por exemplo, no Apêndice A5 de Howell *et al.* (2011, p. 871) onde são dados valores para  $f_{0 \rightarrow \lambda, T}$  para  $\lambda T$  variando de 600 a 70.000  $\mu m \cdot K$ . Outra opção, recomendada para implementação em códigos numéricos é:

$$f_{0 \rightarrow \lambda T} = \frac{15}{\pi^4} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{e^{-m\xi}}{m} \left( \xi^3 + \frac{3\xi^2}{m} + \frac{6\xi}{m^2} + \frac{6}{m^3} \right) \right], \quad (2.8)$$

onde  $\xi = C_2/\lambda T$ , sendo  $C_2$  a segunda constante de radiação,  $C_2 = 1,43877 \text{ cm} \cdot K$ . Segundo Howell *et al.* (2011, p. 26), em geral é suficiente utilizar apenas os três primeiros termos do

somatório, mas para valores de  $\lambda T$  relativamente elevados é recomendado que mais termos sejam utilizados.

Para avaliar as propriedades nas interfaces, ou seja, nas superfícies internas da tubeira são definidas duas propriedades: a emissividade e a absortividade. Em sua forma mais geral elas são definidas como função da direção, do comprimento de onda e da temperatura e são chamadas emissividade espectral direcional  $\epsilon_\lambda(\theta, \varphi, T)$  e absortividade espectral direcional  $\alpha_\lambda(\theta_i, \varphi_i, T)$ :

$$\epsilon_\lambda(\theta, \varphi, T) = \frac{d^2 Q_\lambda(\theta, \varphi, T) d\lambda}{d^2 Q_{\lambda b}(\theta, \varphi, T) d\lambda} = \frac{I_\lambda(\theta, \varphi, T) d\lambda}{I_{\lambda b}(T) d\lambda}, \quad (2.9)$$

$$\alpha_\lambda(\theta_i, \varphi_i, T) = \frac{d^2 Q_{\lambda, a}(\theta_i, \varphi_i, T) d\lambda}{I_{\lambda, i}(\theta_i, \varphi_i) dA \cos(\theta_i) d\omega_i d\lambda}. \quad (2.10)$$

Nestas equações o subíndice  $i$  representa uma direção de incidência a ser especificada e o subíndice  $b$  indica que a propriedade é de corpo negro. Neste trabalho as propriedades das superfícies serão consideradas independentes da direção (superfícies difusas). Neste caso a emissividade espectral direcional pode ser integrada sobre o hemisfério ao redor do elemento de área infinitesimal e passa a ser chamada emissividade espectral hemisférica  $\epsilon_\lambda(T)$ . Feita a mesma manipulação sobre a absortividade espectral direcional, esta passa a ser chamada absortividade espectral hemisférica  $\alpha_\lambda(T)$ :

$$\epsilon_\lambda(T) = \frac{E_\lambda(T)}{E_{\lambda b}(T)} = \frac{1}{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} [\epsilon_\lambda(\theta, \varphi, T) \cos(\theta)] \sin(\theta) d\theta d\varphi, \quad (2.11)$$

$$\alpha_\lambda(T) = \frac{dQ_{\lambda, a}(T) d\lambda}{dQ_{\lambda, i}(T) d\lambda} = \frac{\int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \alpha_\lambda(\theta_i, \varphi_i, T) I_{\lambda, i}(\theta_i, \varphi_i) \cos(\theta_i) \sin(\theta_i) d\theta_i d\varphi_i}{\int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} I_{\lambda, i}(\theta_i, \varphi_i) \cos(\theta_i) \sin(\theta_i) d\theta_i d\varphi_i}. \quad (2.12)$$

De forma semelhante ao poder emissivo de banda, as propriedades espectrais hemisféricas poderão ser utilizadas em algum estudo futuro que considere a solução do problema de TCR para o intervalo  $\Delta\lambda$  centrado em torno de  $\lambda$ . No presente trabalho, entretanto, as propriedades consideradas serão totais, ou seja, consideram a radiação de todos os comprimentos de onda. Assim é necessário definir a emissividade total hemisférica  $\epsilon(T)$  e a absortividade total hemisférica  $\alpha(T)$  que são dadas por:

$$\begin{aligned}
\epsilon(T) &= \frac{E(T)}{E_b(T)} = \frac{\int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \left[ \int_{\lambda=0}^{\infty} \epsilon_{\lambda}(\theta, \varphi, T) I_{\lambda b}(T) d\lambda \right] \sin(\theta) d\theta d\varphi}{\sigma T^4} \\
&= \frac{1}{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \epsilon(\theta, \varphi, T) \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta d\varphi = \frac{\int_{\lambda=0}^{\infty} \epsilon_{\lambda}(T) E_{\lambda b}(T) d\lambda}{\sigma T^4},
\end{aligned} \tag{2.13}$$

$$\alpha(T) = \frac{dQ_a(T)}{dQ_i} = \frac{\int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \left[ \int_{\lambda=0}^{\infty} \alpha_{\lambda}(\theta_i, \varphi_i, T) I_{\lambda i}(\theta_i, \varphi_i) d\lambda \right] \sin(\theta_i) d\theta_i d\varphi_i}{\int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \left[ \int_{\lambda=0}^{\infty} I_{\lambda i}(\theta_i, \varphi_i) d\lambda \right] \cos(\theta_i) \sin(\theta_i) d\theta_i d\varphi_i}. \tag{2.14}$$

Depois de estudadas as propriedades das superfícies na fronteira do domínio (paredes da tubeira) pode-se abordar a análise da TCR no interior do domínio, o que é feito no próximo tópico.

### 2.2.2 TCR no interior do domínio - A Equação da Transferência Radiativa

Um dos principais resultados no estudo da transferência de calor por radiação é a equação:

$$\frac{dI_{\lambda}}{dS} = -\beta_{\lambda}(S)I_{\lambda}(S) + \kappa_{\lambda}(S)I_{\lambda b}(S) + \frac{\sigma_{s,\lambda}}{4\pi} \int_{\varphi_i=0}^{2\pi} \int_{\theta_i=0}^{\pi} I_{\lambda}(S, \vec{\Omega}_i) \Phi_{\lambda}(\vec{\Omega}_i, \vec{\Omega}) \sin(\theta_i) d\theta_i d\varphi_i, \tag{2.15}$$

chamada equação da transferência radiativa, abreviada por ETR. Esta equação resulta da aplicação da lei da conservação da energia para um volume infinitesimal  $dV$  de um meio participante com índice de refração unitário e em equilíbrio termodinâmico local.

Na ETR,  $dS$  é o comprimento do volume infinitesimal na direção de propagação do raio,  $\sigma_{s,\lambda}$  é o coeficiente de espalhamento e  $\beta_{\lambda}$  o coeficiente de extinção. O coeficiente de extinção é dado por  $\beta_{\lambda} = \kappa_{\lambda} + \sigma_{s,\lambda}$ , onde  $\kappa_{\lambda}$  é o coeficiente de absorção conforme comentado anteriormente.

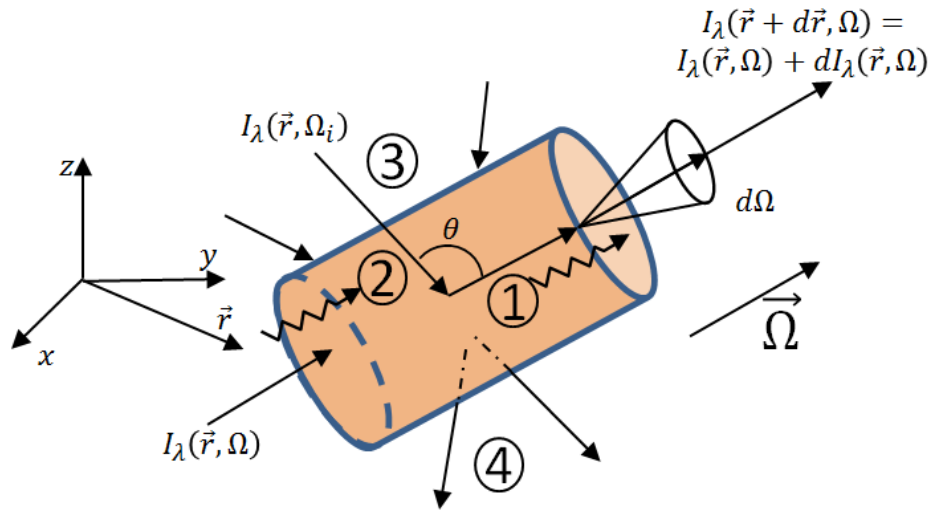
Todos os três coeficientes tem unidade de medida  $m^{-1}$  no Sistema Internacional de Unidades e todos os coeficientes podem estar tanto na base espectral como na base total,

sendo aqui representados na base espectral para se adaptar a forma apresentada da ETR (também válida na base espectral ou total).

Esta equação é formulada para uma direção arbitrária  $\vec{\Omega}$  e quantifica o quanto varia a intensidade nesta direção. O primeiro termo do lado direito representa a radiação incidente sobre o volume vinda a partir desta direção e que foi atenuada devido à absorção e espalhamento para fora do volume (representada pelo número 2 na Figura 2.5). O segundo termo do lado direito representa o ganho devido à emissão do próprio volume (função da temperatura dentro do volume e representado pelo número 1 na Figura 2.5).

O último termo corresponde à parcela de radiação espalhada para dentro da direção  $\vec{\Omega}$  e  $\Phi$  é a probabilidade da radiação ser espalhada da direção  $\vec{\Omega}_i$  para a direção  $\vec{\Omega}$ , representado pelo número 3 na Figura 2.5.

A Figura 2.5 mostra de forma esquemática a formulação do modelo físico utilizado para avaliar o balanço de energia transferida por radiação enquanto esta se propaga no interior de um volume infinitesimal de formato cilíndrico com comprimento  $dS$  na direção do raio.



**Figura 2.5:** Representação esquemática da transferência de calor por radiação em meio participante.  
Fonte: Howell *et al.* 2011.

Como o espalhamento não é considerado neste trabalho, a ETR se reduz a:

$$\frac{dI_\lambda}{dS} = -\kappa_\lambda(S)I_\lambda(S) + \kappa_\lambda(S)I_{\lambda b}(S), \quad (2.16)$$



onde o primeiro termo do lado direito representa a atenuação da radiação incidente a partir da direção  $S$  e o segundo termo representa a emissão do elemento de volume. Para resolver a ETR é necessário integrá-la na direção  $S$ , por isso uma condição inicial é requerida (intensidade espectral conhecida) para que seja possível o cálculo da intensidade espectral no interior do domínio, ao longo da direção do raio.

Para cada direção e em cada posição da fronteira do domínio a intensidade é necessária, pois assim é possível avaliar a contribuição, em qualquer região do domínio, de todos os raios que passam pela fronteira a partir de todos os pontos de emissão nas superfícies da fronteira do domínio que possam ser ‘visualizados’ desta região.

Admitindo que todas as paredes do domínio são difusas, ou seja, a emissão não depende da direção, e que a temperatura da superfície é  $T$ , então a intensidade espectral da radiação emitida pela parede na banda de comprimento de onda  $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$  pode ser descrita pela relação:

$$\int_{\lambda=\lambda_1}^{\lambda_2} I_\lambda(T) d\lambda = \frac{\bar{\epsilon}_\lambda(T) f_{\lambda_1 T \rightarrow \lambda_2 T} \sigma T^4}{\pi}, \quad (2.17)$$

onde  $\bar{\epsilon}_\lambda$  indica que a emissividade espectral é assumida como constante dentro do intervalo de comprimento de onda  $\Delta\lambda$ . A Eq.(2.17) foi deduzida a partir das definições de poder emissivo de banda e de emissividade espectral hemisféricas, tendo como única hipótese simplificadora que as superfícies são difusas e que o intervalo  $\Delta\lambda$  é suficientemente pequeno para que a emissividade espectral seja aproximadamente constante. Para o espectro completo a intensidade fica relacionada ao poder emissivo total hemisférico de corpo negro, o que gera uma equação bastante simplificada:

$$I(T) = \frac{\epsilon(T) \sigma T^4}{\pi}. \quad (2.18)$$

A Eq.(2.17) e Eq.(2.18) formam parte da condição inicial aplicável a paredes difusas, conforme será descrito mais adiante.

O fluxo de calor irradiação total  $G$  está relacionado à intensidade pela relação:

$$G = \int_{\varphi_i=0}^{2\pi} \int_{\theta_i=0}^{\pi/2} \left[ \int_{\lambda=0}^{\infty} I_{\lambda,i}(\theta_i, \varphi_i) d\lambda \right] \cos(\theta_i) \sin(\theta_i) d\theta_i d\varphi_i, \quad (2.19)$$

E a radiosidade é calculada levando em conta a emissão da superfície mais a reflexão de parte da radiação incidente, caso as superfícies não sejam negras. Para a condição de temperatura conhecida e reflexão difusa, a relação entre estes fluxos é dada por:

$$J = \epsilon(T)\sigma T^4 + (1 - \epsilon(T))G, \quad (2.20)$$

onde  $G$  é a irradiação total ou fluxo de radiação incidente na superfície e  $J$  a radiosidade total ou fluxo de radiação combinada (emissão e reflexão a partir da superfície). A mesma equação em base espectral assume a seguinte forma:

$$J_\lambda d\lambda = \bar{\epsilon}_\lambda(T) f_{\lambda_1 T \rightarrow \lambda_2 T} \sigma T^4 d\lambda + (1 - \bar{\epsilon}_\lambda(T)) G_\lambda, \quad (2.21)$$

onde  $J_\lambda$  representa a radiosidade emitida em função do comprimento de onda a partir da superfície e  $G_\lambda$  a irradiação espectral incidente sobre esta superfície no comprimento de onda  $\lambda$ .

## 2.3 MÉTODOS NUMÉRICOS

Segundo Maliska (2004, p. 27), a tarefa do método numérico é resolver uma ou mais equações diferenciais, substituindo as derivadas existentes por expressões algébricas que envolvem a função incógnita. Quando não é possível a solução analítica, e se decide fazer uma aproximação numérica, aceita-se a solução para um número discreto de pontos, com um determinado erro, esperando que, quanto maior o número de pontos, mais próximo da solução analítica estará a solução aproximada.

No Método dos Volumes Finitos os termos que contêm as derivadas na equação diferencial são aproximados por valores discretos da função. Transformar as derivadas em termos que contêm a função significa integrar a equação diferencial.

Segundo Maliska (2004, p. 28) o Método de Volumes Finitos (MVF) é aquele que conserva o balanço da propriedade em nível de volumes elementares. O domínio de cálculo é dividido em  $n_{vol}$  elementos de volume e os fluxos em cada face são usados para construir

equações algébricas, uma para cada volume, formando um sistema de equações algébricas para o interior do domínio. Dadas as condições de contorno e iniciais, conforme o caso, este sistema pode ser resolvido numericamente.

As etapas do Método dos Volumes Finitos são:

- 1) Especificação do modelo matemático;
- 2) Discretizar o domínio de cálculo em volumes de controle;
- 3) Integrar o modelo matemático sobre cada volume de controle;
- 4) Aplicar o teorema da divergência ou teorema de Gauss;
- 5) Aplicar as funções de interpolação conectando um dado volume  $P$  aos seus volumes vizinhos;

Após as cinco etapas, tem-se que o sistema de equações diferenciais é representado por um sistema de equações algébricas composto por coeficientes e termos fonte de cada volume. Estes coeficientes e termos fonte relacionam o volume em questão com seus vizinhos. As condições de contorno do problema entram nesta etapa e os coeficientes e termos fonte para os volumes nas fronteiras recebem um tratamento especial, de acordo com a técnica usada para implementar as condições de contorno escolhidas.

Quando a matriz de coeficientes e o vetor de termos fonte de cada volume estão construídos, o sistema linear resultante pode ser resolvido com auxílio de algum algoritmo de solução de sistemas lineares ou *solver*, conforme a terminologia em língua inglesa. Caso algumas variáveis de interesse sejam secundárias, ou seja, não obtidas diretamente da solução do sistema linear, cálculos posteriores com os resultados são executados e os resultados apresentados ao usuário do código numérico.

### 2.3.1 O Método dos Volumes Finitos Aplicado ao Mach2D

Segundo Araki *et al.* (2012), o código Mach2D 6.2 é um programa escrito em FORTRAN 95 que resolve o escoamento compressível, bidimensional axissimétrico ou plano de um gás reativo ou não, escoando em regime permanente no interior de um bocal convergente-divergente (e.g. tubeira).

Uma estimativa inicial para a solução do problema é feita usando a teoria quase unidimensional dos escoamentos compressíveis e em regime permanente, não apresentada

aqui, mas que pode ser encontrada, por exemplo, em Anderson (2003, p. 195-211). Para operar normalmente, o código requer uma geometria que possua uma seção transversal mínima (i.e. garganta), na qual o número de Mach é assumido como unitário (escoamento bloqueado).

Em seguida o número de Mach é calculado para cada posição ao longo do comprimento como sendo função da área de seção transversal e razão de calores específicos. A pressão e a temperatura também são calculadas conforme a teoria unidimensional e os resultados são gravados para possibilitar análises posteriores e também usados como estimativa inicial para resolver o problema bidimensional.

Os resultados do modelo quase unidimensional são copiados para todos os respectivos elementos de volume na direção radial do problema bidimensional e então as equações de conservação da quantidade de movimento, da massa, da energia e a equação de estado são resolvidas de forma segregada (uma de cada vez) em um processo iterativo. Caso os parâmetros da simulação sejam escolhidos adequadamente, a simulação converge para a solução do problema.

Em um motor foguete real que utiliza como fonte de energia reações químicas, é comum que o escoamento seja constituído por uma mistura de gases, inclusive com composição química variável à medida que os gases escoam pelo interior da câmara de empuxo. Entretanto a abordagem da mistura reativa é mais complexa e, muitas vezes é preferível fazer um estudo considerando que a mistura se comporte de forma semelhante a uma única espécie química.

Por outro lado, simulações de escoamentos de uma única espécie química também tem aplicação prática, portanto é interessante que mais de um modelo de fluido esteja disponível. No Mach2D, os seguintes modelos físicos podem ser escolhidos pelo usuário:

- Escoamento monoespécie (qualquer gás, inclusive mistura) com propriedades constantes;
- Escoamento monoespécie com propriedades variáveis;
- Escoamento congelado;
- Escoamento em equilíbrio químico local;
- Escoamento em desequilíbrio químico.

O modelo monoespécie com propriedades variáveis pode ser aplicado desde que o calor específico a pressão constante, razão de calores específicos, viscosidade dinâmica e condutividade térmica sejam informados.

Os modelos escoamento congelado, equilíbrio químico local ou desequilíbrio químico consideram reações químicas do par propelente  $\text{LH}_2/\text{LOX}$ , estando disponíveis modelos que variam de 4 a 18 reações e de 6 a 8 espécies químicas. Como tais modelos não serão usados nas simulações deste trabalho, não serão detalhados aqui, mas detalhes sobre eles podem ser obtidos em Araki (2007).

Outro aspecto importante é o modelo matemático utilizado para compor as equações da quantidade de movimento linear. Os dois modelos disponíveis no Mach2D são o modelo invíscido, que utiliza as equações de Euler e o modelo viscoso, que utiliza as equações de Navier-Stokes.

No presente trabalho são estudadas duas geometrias de câmara de empuxo, uma teórica e outra real. A teórica é denominada tubeira II em Howell *et al.* (1965a) e consiste em uma tubeira cônica que utilizaria hidrogênio aquecido a elevadas temperaturas ao escoar sobre pressão dentro de um reator nuclear. A segunda geometria é a do motor líquido L-15, projetada no Instituto de Aeronáutica e Espaço, (IAE), cujo par propelente é o etanol e oxigênio líquido ( $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}/\text{LOX}$ ).

Nota-se que ambas as geometrias são de motores que utilizam (ou utilizariam) propelentes diversos dos programados nos modelos reativos do Mach2D ou no modelo monoespécie de propriedades variáveis. Esta escolha não foi proposital, mas sim em função dos poucos trabalhos disponíveis na literatura que fornecem informações suficientes para testar a inclusão da TCR na simulação.

Outras características do Mach2D ainda não descritas são:

- As condições de contorno são aplicadas com o auxílio de Volumes Fictícios (exceto pelo modelo radiativo que não usa volumes fictícios, mas uma matriz que relaciona quais elementos de volume possuem faces pertencentes às fronteiras do domínio e quais são elas, dentro de uma ordenação preestabelecida);
- A malha utilizada é estruturada, não ortogonal e de faces centradas (o uso da malha estruturada permitiu a implementação de uma lógica eficiente de seguir os raios, conforme descrito no terceiro capítulo);
- As funções de interpolação disponíveis para representar as derivadas são UDS (primeira ordem), CDS (segunda ordem) ou uma mistura de ambas. No presente trabalho foi usado apenas o esquema UDS. Apesar de ser de primeira ordem sua escolha é justificada pelo menor tempo de execução e por possuir menos problemas de convergência. Mais detalhes sobre as funções de interpolação podem ser consultados em Maliska (2004, p. 75);

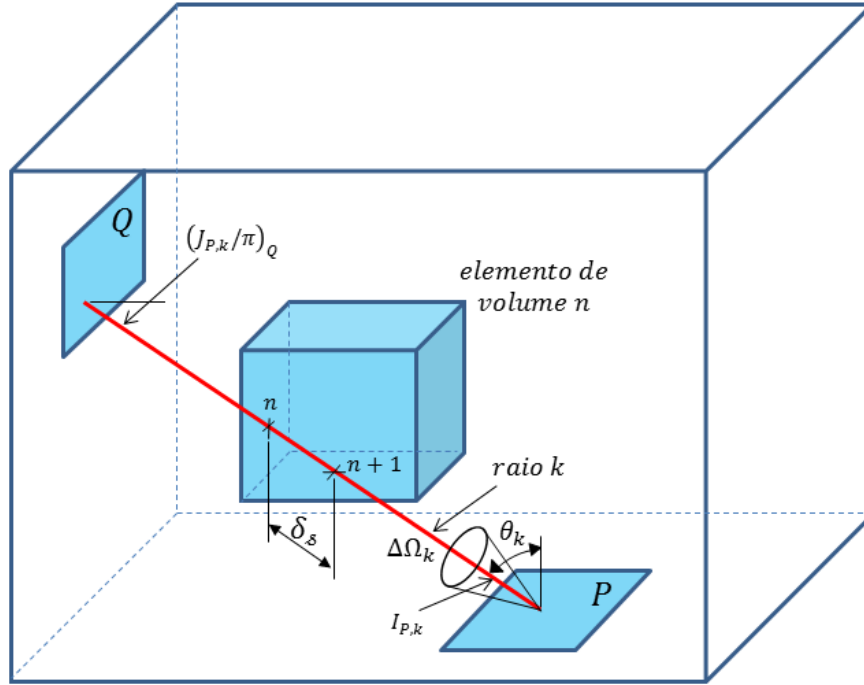
- É feita uma transformação de coordenadas  $(z, r)$  para um sistema de coordenadas curvilíneas  $(\xi, \eta)$ , onde o sistema linear gerado pela discretização das equações de conservação (massa, quantidade de movimento linear e energia) é efetivamente resolvido;
- Possibilidade de resolver problemas bidimensionais axissimétricos ou planos (a TCR pode ser incluída apenas em problemas axissimétricos, porque uma versão do MTD para malhas retangulares ainda não foi concebida);
- Formulação totalmente implícita no tempo (mas o tempo é usado como parâmetro de relaxação para facilitar a convergência do sistema de equações);
- *Solver* MSI para sistemas lineares cujas matrizes possuem 5 e 9 diagonais;
- Formulação adequada a qualquer regime de velocidade (desde subsônico na entrada da câmara de empuxo até o regime supersônico na saída);
- Método SIMPLEC para o acoplamento pressão – velocidade (MALISKA, 2004, p. 153);
- Velocidades nas faces dos volumes com arranjo colocalizado, conforme Maliska (2004, p. 118);
- Equação da energia baseada na temperatura e não na entalpia;

### 2.3.2 O Método da Transferência Discreta (MTD)

O MTD foi originalmente proposto por Lockwood e Shah (1981) e seu objetivo inicial era incorporar de forma eficiente e com pouco consumo de memória, o problema da radiação aos problemas de escoamento de fluidos e aos problemas envolvendo combustão. Muito hábil para lidar com geometrias complexas, o método utiliza a técnica de traçagem de raios (*ray tracing*) para seguir raios pelo interior do domínio de cálculo.

Neste método o domínio de cálculo é dividido em volumes de controle ou elementos de volume,  $n_{vol}$ , e a fronteira do domínio em elementos de área ou elementos de face,  $n_f$ , de tal forma que pelo menos uma das faces do elemento de volume adjacente à fronteira coincide com um elemento de área. As propriedades físicas são consideradas uniformes dentro de cada elemento de volume e a intensidade radiativa é considerada constante em cada elemento de área.

Para todos os elementos de área  $i$  da fronteira do domínio é feita a determinação dos pontos centrais  $P_i$  de cada face, conforme Figura 2.6.



**Figura 2.6: Representação de um raio segundo o método MTD.**

**Fonte: Howell *et al.* 2011.**

Um hemisfério hipotético centralizado sobre o elemento de área  $P_i$  e orientado para dentro do domínio é discretizado em um número de ângulos sólidos semelhantes ao mostrado na parte inferior da Figura 2.4. Os elementos de ângulo nas direções  $\theta$  e  $\varphi$  são dados por:

$$\Delta\theta = \frac{\pi}{2 n_\theta}, \quad (2.22)$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{n_\varphi}, \quad (2.23)$$

onde  $n_\theta$  e  $n_\varphi$  são o número de elementos de ângulo discretizados nas direções polar ( $\theta$ ) e azimutal ( $\varphi$ ) respectivamente e informados pelo usuário do programa.

No centro de cada elemento de ângulo sólido (i.e.  $\Delta\theta/2$  e  $\Delta\varphi/2$ ) um raio é “disparado” em direção do interior do domínio. Este raio é seguido até que atinja uma fronteira do domínio no ponto  $Q_j$  no elemento de face  $j$ . É necessário armazenar a informação

de quais elementos de volume são atravessados pelo raio assim como a distância percorrida pelo raio dentro de cada elemento de volume (mapeando os pontos de entrada e saída do raio).

De forma geral  $Q_j$  não coincide com o ponto central do elemento de área de fronteira  $j$ , porém é assumido que a intensidade em  $Q_j$  é igual à intensidade no centro do elemento de face  $j$  que pertence à fronteira. Até então nenhum cálculo da TCR é feito, apenas uma traçagem do raio para determinar o caminho percorrido (Procedimento de Traçagem dos Raios ou *Ray Tracing Procedure*, conforme terminologia técnica em língua inglesa). Mais detalhes sobre como esse procedimento é executado no domínio tridimensional são apresentados no terceiro capítulo desta dissertação.

A condição de contorno para temperatura conhecida no elemento de face  $j$  é dada por:

$$J_j = \epsilon_j(T_j)\sigma T_j^4 + (1 - \epsilon_j(T_j))G_j, \quad (2.24)$$

onde  $G_j$  é a irradiação total ou fluxo de radiação incidente na superfície  $j$  e  $J_j$  a radiosidade total ou fluxo de radiação combinada (emissão e reflexão difusa a partir da superfície  $j$ ). A mesma equação na base espectral é:

$$J_{\lambda,j}d\lambda = \bar{\epsilon}_{\lambda,j}(T_j)f_{\lambda_1T \rightarrow \lambda_2T}\sigma T_j^4d\lambda + (1 - \bar{\epsilon}_{\lambda,j}(T_j))G_{\lambda,j}, \quad (2.25)$$

onde  $J_{\lambda,j}$  representa a radiosidade espectral emitida em função do comprimento de onda a partir da superfície  $j$  e  $G_{\lambda,j}$  a irradiação espectral para a mesma superfície e mesmo intervalo de comprimento de onda.

A partir de  $Q_j$  o raio é seguido em sentido contrário até a origem e a equação da transferência radiativa sem espalhamento é integrada analiticamente ao longo do trajeto produzindo a relação:

$$I_{n+1} = I_n e^{-\kappa \delta s} + I_{b,n+1/2}(1 - e^{-\kappa \delta s}), \quad (2.26)$$

onde  $\delta s$  indica a distância percorrida no interior do volume  $n$  e os índices  $n + 1$  e  $n$  indicam respectivamente a intensidade na saída e entrada do volume  $n$  atravessado pelo raio. A diferença entre a intensidade que deixa um elemento de volume e a que entra é usada para calcular a contribuição deste raio para o termo fonte radiativo do elemento de volume  $n$ :



$$S_n = \sum_j \sum_i (I_{n+1,j \rightarrow i} - I_{n,j \rightarrow i}) A_i \cos(\theta_k) \sin(\theta_k) \sin(\Delta\theta_k) \Delta\varphi_k, \quad (2.27)$$

onde os dois somatórios compreendem todos os raios emitidos a partir de elementos de área na fronteira e atingem outro elemento de área, eventualmente atravessando o volume  $n$ .

Se o número de raios que atravessam cada um dos elementos de volume no interior do domínio for suficientemente grande, então o termo fonte radiativo calculado será aproximadamente igual ao valor médio do divergente do fluxo de calor radiativo para o volume  $n$ :

$$S_{rad,n} = -(\vec{\nabla} \cdot \vec{q})_n \cong -\frac{S_n}{\Delta V_n}, \quad (2.28)$$

onde  $S_{rad,n}$  indica o termo fonte radiativo do elemento de volume  $n$  a ser utilizado no coeficiente  $S^\phi$  nas equações (3.4) e (3.6) ainda por serem descritas no capítulo três,  $\Delta V_n$  é o volume do elemento de volume  $n$ ,  $\vec{q}$  é o fluxo de calor radiativo e  $\vec{\nabla} \equiv \left( \frac{\partial}{\partial x} \vec{i}, \frac{\partial}{\partial y} \vec{j}, \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \right)$ .

Por fim a irradiação  $G_i$  é calculada somando a contribuição de todos os raios conforme a discretização do hemisfério sobre o elemento de área de fronteira  $i$ :

$$G_i = \sum_{k=1}^{n_r} I_{j \rightarrow i} \cos(\theta_k) \sin(\theta_k) \sin(\Delta\theta_k) \Delta\varphi_k, \quad (2.29)$$

onde  $n_r = n\theta \cdot n\varphi$  é o número de raios discretizados e os índices  $i$  e  $j$  estão associados aos elementos de área onde ocorre a incidência e emissão da radiação térmica, respectivamente.

Depois de calculada a irradiação para a superfície  $i$  o processo passa para o próximo elemento de área na fronteira até que toda a fronteira do domínio tenha sido visitada pelo método.

Como se pode observar na Eq. (2.24), a radiosidade deixando um elemento de área da fronteira depende, além da sua emissão, da irradiação vinda de todos os outros elementos de fronteira que possam ser visualizados a partir dele. Como esta irradiação é influenciada pelo meio participante, o processo se torna iterativo a menos que  $\epsilon_j(T) = 1$  para todos os elementos de área da fronteira. Neste caso todas as superfícies se comportam como corpos negros e a radiosidade é a própria emissão de corpo negro.

### 3 MODELAGEM COMPUTACIONAL

Este capítulo inicia apresentando as equações de conservação incluindo a TCR por meio da adição de um termo fonte na equação da energia. Também são apresentadas as condições de contorno utilizadas. Em seguida é abordado o processo de traçagem de raios, fundamental para o funcionamento do MTD. O capítulo é encerrado com detalhes sobre as malhas empregadas pelo programa Mach2D 6.3.

As equações usadas em Araki, Bertoldo e Marchi (2012) para o modelamento matemático do escoamento invíscido no código Mach2D: a equação da conservação da massa, equação da conservação da quantidade de movimento linear, equação da conservação da energia e equação de estado (as três primeiras descritas nas direções radial ( $r$ ) e axial ( $z$ ), segundo o sistema de coordenadas cilíndricas) assumem a seguinte forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v) = 0 , \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v u) = - \frac{\partial p}{\partial z} , \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u v) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v v) = - \frac{\partial p}{\partial r} , \quad (3.3)$$

$$c_p \left[ \frac{\partial}{\partial t}(\rho T) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u T) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v T) \right] = \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial z} + v \frac{\partial p}{\partial r} + S_{rad} , \quad (3.4)$$

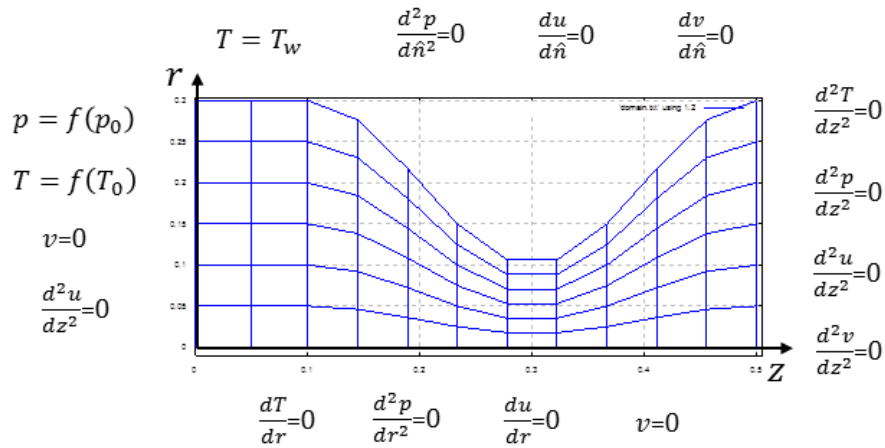
$$p = \rho R T, \quad (3.5)$$

onde na equação da conservação da energia, Eq. (3.4), foi acrescido o termo fonte radiativo  $S_{rad}$  como única parcela do termo fonte, sendo que o termo fonte químico não foi representado. Na equação de estado,  $R$  é a constante do gás ou da mistura de gases e na equação da energia,  $c_p$  é o calor específico à pressão constante do fluido que escoar no motor.

Apesar de aparecerem termos transientes nas equações de conservação, o tempo é usado apenas como parâmetro de relaxação, com o objetivo de garantir a convergência do processo iterativo de resolução do sistema de equações algébricas. Portanto a solução do

problema é admitida somente quando a norma L1 do resíduo global do sistema de equações se estabiliza por um grande número de iterações ao redor de um valor bastante reduzido (erro de arredondamento).

As condições de contorno para o escoamento nas seções de entrada, saída, linha de simetria e parede da câmara de empuxo estão mostrados na Figura 3.1 onde  $p_0$  e  $T_0$  são respectivamente a pressão de estagnação isentrópica e a temperatura de estagnação isentrópica,  $\hat{n}$  indica a direção normal à superfície e  $T_w$  é a temperatura prescrita da parede da câmara de empuxo. A pressão e a temperatura na entrada da câmara de empuxo são tomadas como função da velocidade longitudinal e das propriedades de estagnação. As condições de contorno para avaliar a TCR incluem a temperatura conhecida na parede, entrada e saída.



**Figura 3.1: Condições de contorno do Mach2D. Adaptado de Araki (2007).**

Vale comentar que no Mach2D são duas as opções disponíveis para a condição de contorno da equação da energia nas paredes da câmara de empuxo: parede adiabática (derivada nula da temperatura na direção normal à parede da câmara) e temperatura conhecida na parede. Neste caso a temperatura pode ser especificada como constante informada pelo usuário no arquivo de dados de entrada ou ainda como função da coordenada axial da câmara de empuxo, desde que a esta função seja programada diretamente no código fonte do programa.

Para o modelo radiativo, o usuário pode optar por entrar com o coeficiente de absorção como sendo um valor constante no arquivo de entrada de dados. É possível adicionar dentro do código comandos para calculá-lo como uma função da pressão e/ou temperatura em cada elemento de volume. A última técnica foi utilizada no problema da tubeira II de Howell *et al.* (1965a) descrito no quarto capítulo.

As Eqs. (3.1) a (3.4) representam leis de conservação fundamentalmente diferentes, porém possuem termos muito semelhantes. Do ponto de vista de programação, essa semelhança pode ser aproveitada para que, quando discretizadas, possam ser resolvidas pelo mesmo método de solução de sistema de equações. Assim as Eqs. (3.1) a (3.4) podem ser representadas pela equação geral:

$$C^\phi \left[ \frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u\phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v\phi) \right] = P^\phi + S^\phi, \quad (3.6)$$

onde  $\phi$  é uma propriedade genérica. Os coeficientes desta equação são dados pela Tabela 3.1.

**Tabela 3.1: Coeficientes da equação geral (3.6).**

Equação	$\phi$	$C^\phi$	$P^\phi$	$S^\phi$
Massa	1	1	0	0
QML-z	$u$	1	$-\frac{\partial p}{\partial z}$	0
QML-r	$v$	1	$-\frac{\partial p}{\partial r}$	0
Energia	$T$	$c_p$	$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial z} + v \frac{\partial p}{\partial r}$	$S_{rad}$

A equação geral é então transformada do sistema de coordenadas axissimétrico  $(z, r)$  para o sistema de coordenadas generalizado  $(\xi, \eta)$  assumindo a forma:

$$C_T^\phi \left[ \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi_T) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \xi}(r\rho U\phi_T) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \eta}(r\rho V\phi_T) \right] = P_T^\phi + S_T^\phi, \quad (3.7)$$

onde  $J$  é o jacobiano, dado pela equação (3.8) e os demais coeficientes são dados na Tabela 3.2.

$$J = \frac{1}{x_\xi y_\eta - y_\xi x_\eta}, \quad (3.8)$$

Para compor as condições de contorno no sistema transformado ainda são necessárias as equações:

$$U = uy_\eta - vx_\eta, \quad (3.9)$$

$$V = vx_\xi - uy_\xi. \quad (3.10)$$

onde  $U$  é a velocidade contravariante na direção  $\xi$  e  $V$  a velocidade contravariante na direção  $\eta$ .

**Tabela 3.2: Coeficientes da equação (3.7).**

Equação	$\phi_T$	$C_T^\phi$	$P_T^\phi$	$S_T^\phi$
Massa	1	1	0	0
QML-z	$u$	1	$\frac{\partial}{\partial \eta}(y_\xi p) - \frac{\partial}{\partial \xi}(y_\eta p)$	0
QML-r	$v$	1	$\frac{\partial}{\partial \xi}(x_\eta p) - \frac{\partial}{\partial \eta}(x_\xi p)$	0
Energia	$T$	$c_p$	$\frac{1}{J} \frac{\partial p}{\partial t} - uP_T^u - vP_T^v$	$\frac{S_{rad}}{J}$

Mais detalhes sobre o modelo matemático do Mach2D, consultar Araki, Bertoldo e Marchi (2012) e Araki (2007), exceto para  $S_{rad}$  que é descrito no final do capítulo anterior.

Na sequência é apresentado o algoritmo para a solução do escoamento bidimensional dos gases de combustão dentro do interior da câmara de empuxo de um motor foguete, conforme programado na versão 6.3 do Mach2D.

- 1) Leitura dos dados;
- 2) Geração da malha;
- 3) Cálculo das métricas ( $z_\xi, z_\eta, r_\xi, r_\eta$ );
- 4) Efetua o cálculo da estimativa inicial das velocidades nas direções axial e radia ( $u$  e  $v$ , respectivamente), da pressão  $p$  e da temperatura  $T$  de acordo com a teoria do escoamento quase unidimensional (ANDERSON, 2003, p. 191);
- 5) Estimativa inicial para o momento  $t + \Delta t$  do problema 2D axissimétrico;
- 6) Cálculo da pressão e da temperatura na entrada da câmara de empuxo;
- 7) Cálculo do calor específico a pressão constante;
- 8) Cálculo dos coeficientes, termos fonte e condições de contorno para a velocidade  $u$ , solucionando o sistema linear com o método *Modified Strong Implicit*, MSI;

- 9) Cálculo dos coeficientes, termos fonte e condições de contorno para a velocidade  $v$ , solucionando o sistema linear com o método MSI;
- 10) Cálculo do coeficiente de absorção  $\kappa$ , caso este seja modelado como função da pressão e/ou temperatura;
- 11) Cálculo das condições de contorno da radiação (as temperaturas da seção de entrada e/ou saída podem ser tomadas como extrapolação da temperatura dentro do domínio);
- 12) Aplicação do Método da Transferência Discreta, MTD, calculando o termo fonte devido à radiação a ser usado na equação da conservação da energia e cálculo da radiosidade e da irradiação sobre as superfícies internas da câmara de empuxo;
- 13) Cálculo dos coeficientes, termos fonte e condições de contorno para a temperatura  $T$ , solucionando o sistema linear com o método *Modified Strong Implicit*, MSI;
- 14) Retornar ao passo 10 até atingir o número máximo de iterações para o processo de avaliação da transferência de calor por radiação;
- 15) Cálculo da massa específica  $\rho$  no centro de cada elemento de volume e na face dos elementos de volume;
- 16) Cálculo dos coeficientes do Método SIMPLEC;
- 17) Cálculo das velocidades contravariantes nas faces leste e norte de cada elemento de volume,  $U_e$  e  $V_n$ , respectivamente;
- 18) Cálculo dos coeficientes, termos fontes e condições de contorno para a correção de pressão  $P'$ , solucionando o sistema com o MSI;
- 19) Correção das variáveis utilizando a correção de pressão  $P'$ ;
- 20) Retornar ao passo 18 até atingir o número máximo de iterações do ciclo da massa;
- 21) Caso se trate de modelo de escoamento com taxa finita de reação, cálculo dos coeficientes, termos fontes e condições de contorno para as frações mássicas  $Y_i$ , solucionando o sistema linear com o método MSI;
- 22) Retornar ao item 5, até atingir o número máximo de iterações estabelecido ou atingir um critério de convergência;
- 23) Pós processamento dos resultados.

O programa utilizado na modelagem da TCR foi implementado pelo autor, empregando a linguagem de programação FORTRAN 95, compatível com o Mach2D. O algoritmo do Método da Transferência Discreta foi implementado primeiramente em outro programa chamado DTM\_3D\_Axisymmetric1.1, cujo objetivo foi testar três problemas *benchmarking*, a fim de assegurar a correção de erros de programação.

Dentro deste código há um arquivo fonte chamado 'rht.f90' onde está programado o módulo 'rht' (*radiative heat transfer*) contendo as rotinas que compõem o MTD e outras rotinas auxiliares, por exemplo, a rotina responsável por gerar a malha tridimensional axissimétrica a partir da malha bidimensional axissimétrica do Mach2D.

O objetivo do módulo 'rht' foi separar o algoritmo do MTD das preparações necessárias à execução dos problemas *benchmarking*. Desta forma, quando foi verificado, o módulo 'rht' contendo o MTD pôde ser adicionado à versão 6.2 do Mach2D com poucas modificações, gerando assim versão 6.3 do Mach2D que permite incluir os efeitos da radiação térmica nas simulações de motores foguete.

Este cuidado aparentemente excessivo é justificado pelo fato de não haver solução analítica para a maioria dos problemas de escoamentos considerando a radiação térmica. Portanto, depois de verificados os problemas *benchmarking*, apenas alterações mínimas são desejadas na versão 6.2 do Mach2D a fim de evitar erros de programação posteriores.

Na primeira fase, o MTD foi implementado considerando superfícies negras, deixando para uma segunda fase a implementação do processo iterativo de cálculo para quando há pelo menos uma parede cinza.

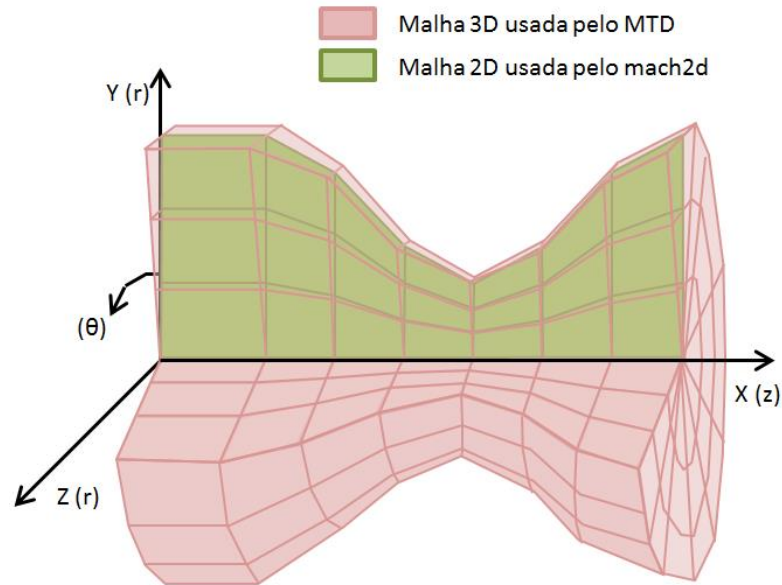
Coelho e Carvalho (1997) propuseram uma formulação conservativa para o MTD, tornando-o indicado para ser empregado juntamente com o Método dos Volumes Finitos, usado para resolver o escoamento no interior da câmara de empuxo. Como sua implementação aumenta a complexidade do código, essa incorporação foi deixada para uma terceira fase do código, após este ter sido verificado com os problemas de solução conhecida.

### 3.1 O ALGORITMO DE TRAÇAGEM DE RAIOS

O algoritmo de traçagem dos raios é utilizado no Método da Transferência Discreta (MTD) para seguir os raios disparados no interior do domínio de cálculo a partir de um ponto especificado sobre a superfície de fronteira. O método determina quais faces de quais volumes são atravessadas pelo raio e também em quais posições isso ocorre. Este algoritmo precisa ser eficiente porque deverá ser utilizado para cada raio conforme a discretização do hemisfério sobre o ponto de emissão em cada um dos elementos de face que formam a fronteira do domínio de cálculo.

No caso do domínio de cálculo de formato cilíndrico que possui  $n_z$  volumes na direção axial,  $n_r$  volumes na direção radial e  $n_t$  volumes na direção tangencial ou circunferencial, haverá  $n_{vf} = n_z n_t + 2(n_r n_t)$  volumes na fronteira e se a discretização do hemisfério contiver  $n_\theta n_\varphi$  raios então a rotina será chamada  $n_{vf} n_\theta n_\varphi$  vezes para cada iteração que a equação da energia é resolvida. Dependendo da qualidade da discretização, seja a quantidade de volumes ou a quantidade de raios, o esforço computacional cresce sobremaneira.

O MTD deve ser aplicado sobre um problema tridimensional e o Mach2D é um algoritmo bidimensional. Para realizar o acoplamento do MTD com o Mach2D foi programada a rotina ‘ThreeD\_grid’ que toma cada elemento de volume da malha bidimensional e o replica para diferentes planos sendo que todos eles possuem o mesmo eixo de simetria. Obtém-se assim uma malha tridimensional axissimétrica. A ordenação dos volumes é tal que pode transportar facilmente as informações da malha 2D para a malha 3D. A Figura 3.2 abaixo mostra uma sobreposição das malhas.



**Figura 3.2: Sobreposição das malhas 2D e 3D.**

Apesar de ser não ortogonal, a malha usada pelo Mach2D é estruturada e a ordenação lexicográfica dos elementos de volume começa com o elemento adjacente à origem e progride primeiro na direção  $x$  e depois na direção  $y$ , ou seja, primeiro é feita a varredura em  $x$  e os volumes adjacentes ao eixo de simetria ( $y = 0$ ) são numerados sequencialmente nesta direção  $(1, 2, \dots, nx)$ , onde  $nx$  é o número de volumes na direção  $x$ .

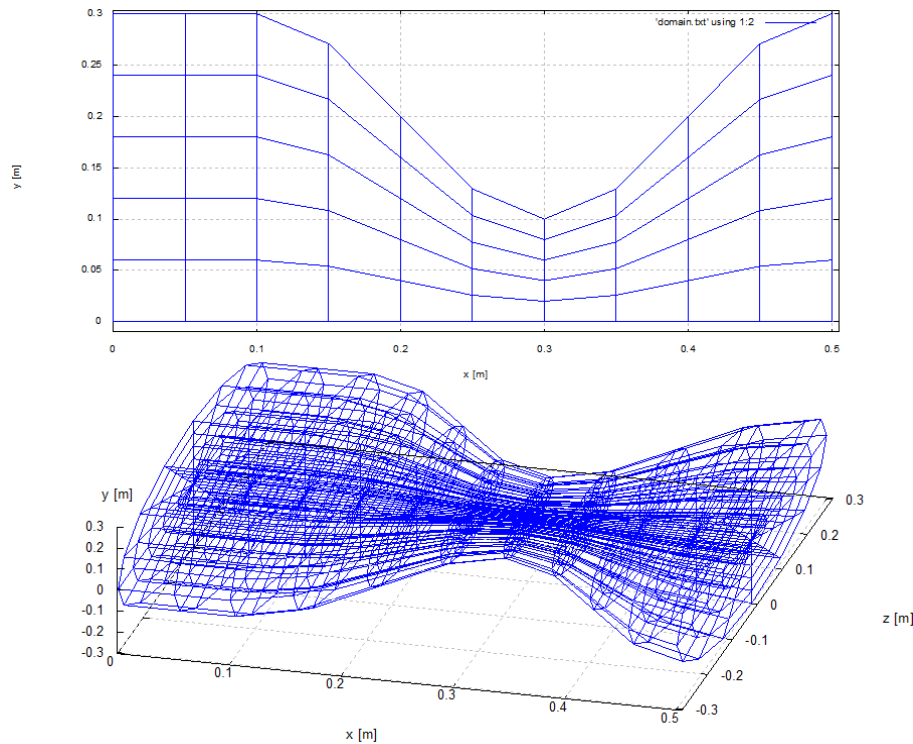


Quando todos estes elementos de volume forem numerados, o método passa para a segunda linha de volumes na direção positiva do eixo  $y$ . Partindo de  $x = 0$  e enumerando a próxima linha ( $nx + 1, nx + 2, \dots, 2nx$ ). Este processo é realizado até que o elemento de volume mais distante da origem seja enumerado.

Para a malha 3D axissimétrica os eixos  $x$  e  $y$  (sistema de coordenadas cartesianas) são chamados  $z$  e  $r$ . É acrescentado o ângulo  $\theta$ , medido a partir do eixo  $y$  em sentido anti-horário, conforme a regra da mão direita, para contabilizar os volumes na direção circunferencial (sistema de coordenadas cilíndrico).

Se a ordenação dos elementos de volume na malha 3D começar da mesma forma que na malha 2D, com o elemento de volume próximo à origem e progredir primeiro na direção  $z$ , depois na direção ou  $r$  e depois na direção  $\theta$  a ordenação fornecerá a mesma numeração para os volumes na malha 2D e todos os elementos da malha 3D com  $\theta = 1$ .

Para cada incremento em  $\theta$  na malha 3D é fácil associar um elemento da malha 2D com mesmas coordenadas em  $x$  (ou  $z$ ) e  $y$  (ou  $r$ ), mesmo porque, por hipótese, o problema pode ser simplificado para 2D, pois considera que não há variações nas propriedades do escoamento na direção circunferencial, portanto a pressão, temperatura e outras propriedades são constantes nesta direção.



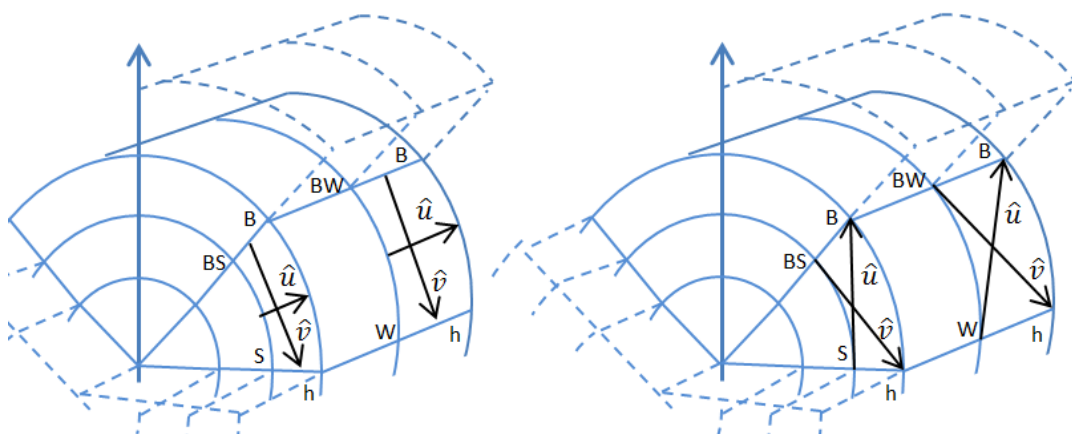
**Figura 3.3:** Acima a malha 2D original do Mach2D e abaixo a malha 3D gerada pela rotina 'ThreeD\_grid'.

Do ponto de vista computacional fica fácil atribuir a cada elemento de volume na malha 3D a pressão, temperatura, concentração das espécies químicas ou qualquer outra propriedade da malha 2D. Basta programar um laço que visita todos os volumes com diferentes índices  $\theta$ , mas mantendo fixos os índices  $z$  e  $r$ .

A complicação que aparece no problema ocorre devido ao Mach2D utilizar volumes fictícios para inserir as condições de contorno do escoamento e no algoritmo da radiação, eles não são necessários. Porém acabam aparecendo para evitar que a numeração dos elementos de volume não fique obscurecida. No problema da radiação, entretanto estes elementos de volume fictícios não são usados em momento algum.

O próximo passo é encontrar o vetor área de cada elemento de face da fronteira. Para isso utilizam-se os vértices do elemento de volume que coincide com os vértices do elemento de face na fronteira do domínio. É possível escolher dois vetores apropriados de forma que o produto vetorial entre eles forneça um vetor com magnitude igual à área do elemento, normal (ortogonal) ao elemento de área e direcionado para o interior do domínio. Este pode ser posicionado no centro do elemento de face e servir de padrão de construção para todos os raios a serem disparados a partir do centro deste elemento de área conforme o procedimento do MTD.

A Figura 3.4 mostra duas estratégias para obter o vetor área. A usada no código é a que toma os vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  cruzados, conforme mostrado à direita dessa figura. Apesar de a forma convencional ser a mostrada à esquerda, esta requer cálculos adicionais para encontrar os pontos médios entre vértices e o resultado do módulo do produto vetorial deve ser dividido por dois para resultar no valor da área.



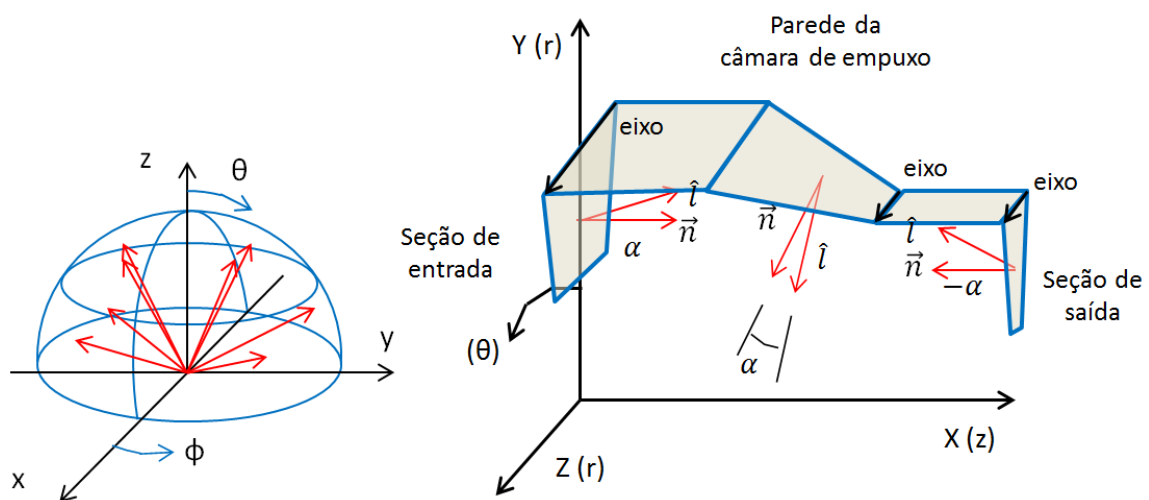
**Figura 3.4:** Estratégias para obter o vetor área em cada elemento de área na fronteira.

Na estratégia mostrada à direita na Figura 3.4 usam-se diretamente os vértices e o resultado do módulo do produto vetorial resulta na área, sem a necessidade da divisão. Esta estratégia baseia-se no Teorema de Varignon (da Geometria). As letras na Figura 3.4 simbolizam cada vértice do elemento de volume conforme foi implementado no código numérico. As linhas tracejadas indicam alguns dos elementos de volume fictícios.

O módulo do produto vetorial alimenta a informação da área do elemento de face e o vetor área pode então ser normalizado dividindo suas componentes (considerando coordenadas cartesianas  $x, y, z$ ) pelo seu módulo resultando em um vetor unitário com orientação normal ao elemento de área e apontando para o interior do domínio. Tal vetor será importante para o próximo passo do algoritmo conforme descrito a seguir.

A discretização angular dos raios disparados a partir do elemento de face começa calculando os elementos de ângulo com as Eqs. (2.22) e (2.23). Em seguida os raios nos centros desses elementos são orientados em relação aos eixos de referência do hemisfério, onde o eixo  $z$  mostrado na Figura 3.5 coincide com o vetor normal ao elemento de área.

Na Figura 3.5 os eixos  $x$  e  $y$  podem assumir orientação qualquer desde que contidos no plano que contém o elemento de área de fronteira em questão. Os eixos  $x, y$  e  $z$  mostrados na Figura 3.5 não estão relacionados aos eixos coordenados usados na descrição espacial das malhas conforme citado nos parágrafos acima e sim para referenciar a direção dos raios no hemisfério.



**Figura 3.5:** Discretização angular do hemisfério no centro do elemento de face (à esquerda) e seu posicionamento sobre os elementos de área nas fronteiras (à direita).

Toma-se uma cópia do vetor unitário normal ao elemento de área e a rotaciona na direção  $\theta$  em relação a uma das arestas do elemento de face (na Figura 3.5 à direita, este ângulo é mostrado como  $\alpha$  para evitar confusão com a direção  $\theta$  que compõe o sistema de coordenadas cilíndricas). Em seguida esta cópia do vetor normal é rotacionada em relação ao vetor normal na direção  $\varphi$ , formando o vetor unitário que fornecerá a direção a qual o raio deverá ser disparado no interior do domínio. Repetindo este procedimento para cada raio, todas as direções são construídas.

Para executar as rotações usa-se a fórmula:

$$\vec{l} = \mathbf{R} \cdot \vec{m}, \quad (3.11)$$

onde  $\vec{l}$  é a cópia do vetor normal após a rotação e  $\vec{m}$  a cópia do vetor normal antes da rotação.  $\mathbf{R}$  é a matriz rotação:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \alpha + n_x^2(1 - \cos \alpha) & n_x n_y(1 - \cos \alpha) - n_z \sin \alpha & n_x n_z(1 - \cos \alpha) + n_y \sin \alpha \\ n_y n_x(1 - \cos \alpha) + n_z \sin \alpha & \cos \alpha + n_y^2(1 - \cos \alpha) & n_y n_z(1 - \cos \alpha) + n_x \sin \alpha \\ n_z n_x(1 - \cos \alpha) - n_y \sin \alpha & n_z n_y(1 - \cos \alpha) + n_x \sin \alpha & \cos \alpha + n_z^2(1 - \cos \alpha) \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

onde  $n_x$ ,  $n_y$  e  $n_z$  são as componentes do vetor eixo de rotação e  $\alpha$  o ângulo de rotação (dado em radianos) em relação ao eixo de rotação com orientação dada pela regra da mão direita. É importante salientar que todos os vetores nas Eqs. (3.11) e (3.12) devem ser unitários.

Para cada um dos raios unitários gerados e posicionados no ponto central do elemento de face é necessário descobrir quais faces de quais elementos de volume são trespassados e em quais pontos isso acontece. Dois métodos para seguir o raio dentro do domínio foram testados: o primeiro considera a distância viajada pelo raio e o segundo considera qual face foi atravessada.

Durante os testes com o método de controle por distância percorrida, eventualmente um raio atingia uma aresta ou vértice de um elemento de volume e neste caso houve detecção em duas faces consecutivas (ou três no caso do vértice). Isto fazia o algoritmo entrar em laço infinito, por isso este método foi abandonado como método de controle pelo algoritmo.

Aproveitando o fato da malha 3D ser estruturada o método da face detectada foi implementado com sucesso, pois todos os elementos de volume sempre possuem elementos vizinhos à frente, atrás, a oeste, a leste, ao norte e ao sul (exceto os adjacentes ao eixo de

simetria que não possuem a face sul, mas não houve necessidade de tratamento especial exceto não calcular se o raio atravessou a face sul).

Três variáveis inteiras são usadas: ‘exit\_face\_0’, ‘entry\_face’ e ‘exit\_face’ que indicam respectivamente a face de saída do raio no elemento de volume anterior, face de entrada do raio no elemento de volume atual e face de saída no elemento de volume atual. Elas poderão assumir os seguintes valores com seus respectivos significados:

- 1 indica face oeste;
- 2 indica face leste;
- 3 indica face sul;
- 4 indica face norte;
- 5 indica face de trás;
- 6 indica face da frente.

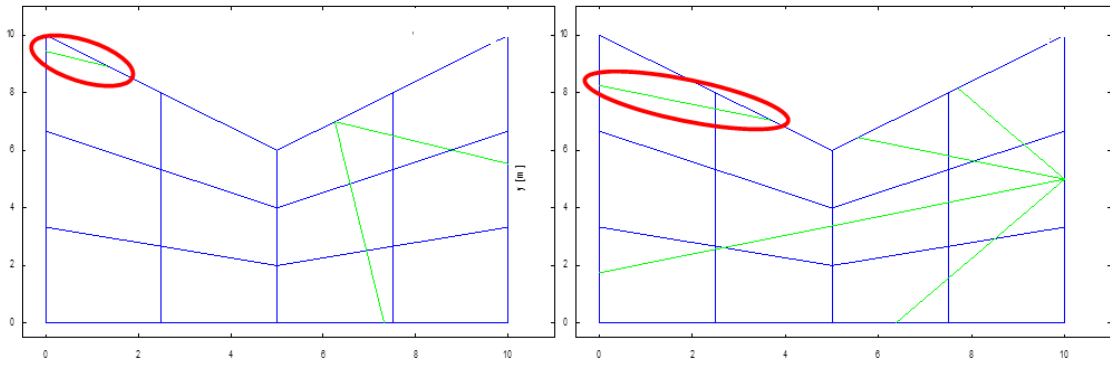
Como o elemento de face de onde parte o raio é conhecido, a fronteira a qual este elemento pertence também é conhecida. Então a face de saída do elemento anterior ‘exit\_face\_0’ é inicializada de acordo, mesmo que o raio fisicamente não a tenha atravessado. Isto servirá apenas para iniciar o processo iterativo de acompanhamento e controle do raio emitido.

Por exemplo, se o elemento de face está na admissão da câmara de empuxo (fronteira oeste do domínio), a variável ‘exit\_face\_0’ é inicializada com a indicação de face leste, simbolizando que o raio saiu pela face leste do elemento de volume fictício a oeste.

Neste caso o processo de traçagem de raios começa selecionado para a variável ‘entry\_face’ o valor 1 indicando que é pela face oeste que o raio entrou no elemento de volume cuja face oeste é o elemento de face onde ocorreu a emissão do raio.

Supondo que o raio atravesse o primeiro elemento de volume e saia pela face sul, então ‘exit\_face’ receberá o valor 3, indicando que o raio saiu do elemento de volume pela face sul. O contador da posição do elemento de volume decrementará o contador da direção radial fazendo ( $r = r - 1$ ) e o próximo elemento de volume é calculado e ‘exit\_face\_0’ receberá o valor 3. O processo segue pelo interior do domínio até que alguma fronteira seja atingida.

O algoritmo construído desta forma evita que raios com ‘distância negativa’ ou que raios além de alguma fronteira côncava sejam detectados conforme vistos respectivamente à esquerda e à direita na Figura 3.6. Tais fenômenos ocorreram em algumas estratégias usadas no início dos trabalhos numéricos.



**Figura 3.6:** Dois exemplos de raios ou segmentos de raios fisicamente impossíveis eventualmente gerados conforme a escolha do algoritmo de traçagem de raios.

O próximo passo do código é o mais importante: detectar os pontos de interseção do prolongamento do raio com as faces do elemento de volume. Isto é feito pela rotina ‘intersect\_ray\_face\_3D’ do módulo ‘rht’.

Esta rotina pode ser construída de várias formas diferentes, mas o mais importante é que o método implementado seja eficiente porque esta rotina é chamada para cada face do elemento de volume.

A face do elemento de volume a ser testado, em geral um quadrilátero de formato qualquer, é dividida em dois triângulos adjacentes. O quadrilátero é definido pelos vértices  $\vec{V}_0$ ,  $\vec{V}_1$ ,  $\vec{V}_2$ , e  $\vec{V}_3$  pertencentes ao plano  $\Pi$  conforme a Figura 3.7.

O método primeiro testará um dos triângulos e caso não haja interseção do raio com ele, o método repete os cálculos para o segundo triângulo. Caso um ponto seja encontrado no primeiro triângulo, o segundo triângulo não precisa ser calculado e a rotina retornará a posição do ponto de interseção (coordenadas  $x, y, z$ , do ponto  $\vec{P}$ , distância percorrida  $r$  e o identificador da face  $face\_id$ ) para a linha de comando onde a rotina é chamada.

Para ilustrar o procedimento de forma detalhada é apresentada a Figura 3.7. O ponto de emissão no elemento de face da fronteira está representado pelo ponto  $\vec{P}_0$  e o vetor unitário que representa a direção do raio conforme a discretização sobre o hemisfério centrado em  $\vec{P}_0$  é representado por  $\vec{P}_1 - \vec{P}_0$ , orientado para dentro do domínio.

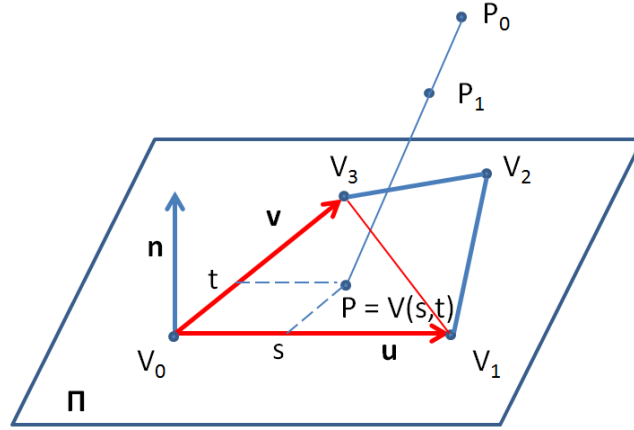


Figura 3.7: Interseção do raio com a face de um elemento de volume.

O primeiro passo é testar se existe um ponto de interseção  $\vec{P}$  onde o raio intercepta o plano  $\Pi$ . A verificação é feita pela equação:

$$r = \frac{\vec{n} \cdot (\vec{V}_0 - \vec{P}_0)}{\vec{n} \cdot (\vec{P}_1 - \vec{P}_0)}, \quad (3.13)$$

onde  $\vec{V}_0$  é o vértice de referência para o primeiro triângulo a ser testado e  $r$  a distância percorrida até o ponto de interseção. Caso o denominador desta equação seja nulo, então significa que o raio é paralelo ao plano  $\Pi$ , portanto todos os cálculos referentes a este triângulo e ao outro que juntos formam a face  $(\vec{V}_0, \vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3)$  são cancelados e o método passa para a próxima face do elemento de volume.

Caso o denominador seja não nulo então  $r$  é o escalar que multiplica o vetor  $\vec{P}_1 - \vec{P}_0$  gerando o ponto  $\vec{P}$  na interseção com o plano  $\Pi$ , entretanto isto não significa que o ponto  $\vec{P}$  esteja dentro do primeiro triângulo a ser testado  $(\vec{V}_0, \vec{V}_1, \vec{V}_3)$ .

O ponto  $\vec{P}$  pode ser escrito como combinação linear dos vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  que formam as arestas do primeiro triângulo:

$$\vec{P} = \vec{V}_0 + s(\vec{V}_1 - \vec{V}_0) + t(\vec{V}_3 - \vec{V}_0) = \vec{V}_0 + s\vec{u} + t\vec{v}, \quad (3.14)$$

onde  $s$  e  $t$  são dois escalares que podem ser calculados pelas equações:

$$s = \frac{(\vec{u} \cdot \vec{v})(\vec{w} \cdot \vec{v}) - (\vec{v} \cdot \vec{v})(\vec{w} \cdot \vec{u})}{(\vec{u} \cdot \vec{v})^2 - (\vec{u} \cdot \vec{u})(\vec{v} \cdot \vec{v})}, \quad (3.15)$$

$$t = \frac{(\vec{u} \cdot \vec{v})(\vec{w} \cdot \vec{u}) - (\vec{u} \cdot \vec{u})(\vec{w} \cdot \vec{v})}{(\vec{u} \cdot \vec{v})^2 - (\vec{u} \cdot \vec{u})(\vec{v} \cdot \vec{v})}, \quad (3.16)$$

com o vetor  $\vec{w}$  dado por:

$$\vec{w} = \vec{P} - \vec{V}_0. \quad (3.17)$$

Assim é possível calcular  $\vec{P}$  com a equação (3.14).

Para identificar que ponto  $\vec{P}$  está dentro do triângulo  $(\vec{V}_0, \vec{V}_1, \vec{V}_3)$  é necessário que as condições abaixo sejam satisfeitas:

$$\begin{cases} s \geq 0 \\ t \geq 0 \\ (s + t) \leq 1 \end{cases} \quad (3.18)$$

Caso o ponto  $\vec{P}$  não esteja contido no primeiro triângulo o método visita o segundo triângulo  $(\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3)$  procurando se ocorre a interseção do raio com ele. O vértice de referência passará a ser  $\vec{V}_1$  ou  $\vec{V}_2$ , mas vale ressaltar que a escolha de vértices opostos para serem os vértices de referência para um e para o outro triângulo pode gerar erros de execução conforme relatado a seguir.

Os elementos de volume adjacentes ao eixo de simetria possuem características especiais. A primeira é que eles não possuem face sul, pois as faces da frente e de trás se cruzam formando uma aresta que coincide com o eixo de simetria do problema. Neste caso simplesmente o código detecta que o elemento de volume está no eixo de simetria e não efetua o cálculo da face sul, apenas as demais faces.

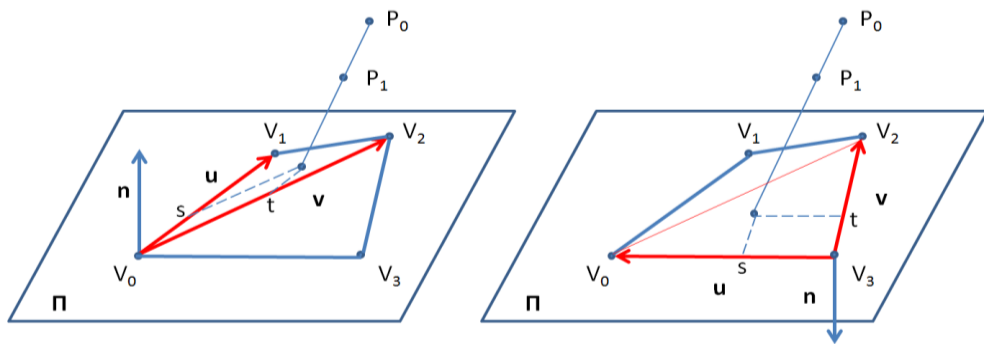
As faces oeste e leste dos elementos de volume adjacentes ao eixo de simetria não são quadriláteros, mas triângulos. Para estes elementos de volume o método deverá calcular apenas o ‘primeiro triângulo’, formado pelos vértices  $(\vec{V}_0, \vec{V}_1, \vec{V}_3)$  e simplesmente negligenciar o segundo, pois este é inexistente.

Em termos práticos o código implementado não utiliza a disposição dos vértices de referência como  $\vec{V}_0$  e  $\vec{V}_2$ . Em vez disso o código computacional (mais especificamente a rotina ‘intersect\_ray\_face\_3D’) opera com disposição dos vértices, vetores e triângulos conforme mostrado na Figura 3.8.



À esquerda desta figura é representado o caso no qual a disposição do triângulo e da reta formada pelos pontos  $\vec{P}_0$  e  $\vec{P}_1$  é tal que o primeiro triângulo formado pelos vértices  $(\vec{V}_0, \vec{V}_1, \vec{V}_2)$  é intersectado, e à direita o caso da interseção ocorrer com o segundo triângulo, formado pelos vértices  $(\vec{V}_0, \vec{V}_2, \vec{V}_3)$ .

Note que no caso hipotético de uma face triangular, os vértices  $\vec{V}_0$  e  $\vec{V}_3$  colapsassem em um só ponto, o vetor  $\vec{u}$  mostrado no lado direito da Figura 3.8 seria nulo e o vetor normal  $\vec{n}$  também resultaria nulo quando fosse calculado pelo produto vetorial  $\vec{u} \times \vec{v}$ , diferente da Figura 3.7 caso  $\vec{V}_0$  e  $\vec{V}_1$  colapsassem.



**Figura 3.8: Disposição dos vértices, vetores e triângulos conforme implementado no código numérico.**

Ao fim do cálculo de cada elemento de volume o método analisa qual face foi atravessada, modifica o valor da variável ‘exit\_face\_0’ de acordo, altera o valor do contador da ordenação do elemento de volume nas direções  $r, \theta$  ou  $z$  e calcula qual o próximo elemento de volume a ser calculado.

Caso algum dos contadores da ordenação exceda seus limites (atravesse alguma das fronteiras) o método é interrompido e o valor da variável ‘exit\_face’ é usado para selecionar o valor da condição de contorno adequada, conforme é explicado no tópico 2.3.2, sobre o método MTD.

É importante lembrar que a estratégia descrita no parágrafo acima somente é válida porque a malha tridimensional utilizada neste trabalho é estruturada, porém esta técnica pode ser expandida para malhas não estruturadas, basta que seja analisada a conectividade entre os elementos de volume.

Neste caso o tipo de elementos de volume utilizados poderia ser arbitrário, mas a estratégia descrita acima é mais eficiente no caso de elementos tetraédricos, pois suas faces são compostas por triângulos. No caso do uso de outros elementos, as faces precisariam ser

decompostas em triângulos, exatamente como foi feito para todos os elementos do tipo de malha usada neste trabalho, exceto aqueles adjacentes ao eixo de simetria.

Um último aspecto a ser considerado concerne ao uso do módulo 'rht', seja no Mach2D 6.3 ou no DTM\_3D\_Axisymmetric1.1. Trata-se de um problema de laço infinito na detecção dos elementos de volume e ocorre quando um raio tangencia uma aresta ou um vértice que separam dois ou mais elementos de volume.

Eventualmente a lista encadeada que é gerada à medida que novos elementos de volume são detectados cresce sobremaneira e o programa acaba por ser encerrado por excesso de memória. Isto é detectado, por exemplo, observando-se o gerenciador de tarefas do sistema operacional. O uso dos processadores mantém o mesmo padrão, mas a memória aumenta gradativamente até exceder o limite reservado para a execução do FORTRAN.

Verificou-se que isso ocorre dependendo do valor aplicado à variável 'tol', usada na rotina 'intersect\_ray\_face\_3D'. Esta variável é usada nas três condições apresentadas na equação (3.18). Caso seu valor seja muito pequeno, pode ocorrer de não apenas um elemento de volume ser detectado, mas sim dois, de forma que em vez do raio "prosseguir" seu caminho, a execução do programa entra em um laço infinito, detectando os mesmos dois elementos consecutivamente até que o código é encerrado por falta de memória.

No início dos testes o valor da variável 'tol' foi estipulado como sendo  $1,0 \times 10^{-6}$ , e quando apareceram os problemas seu valor foi mudado para  $1,0 \times 10^{-8}$ . Recomenda-se testar outros valores, tanto para mais como para menos, no caso do mesmo problema de aumento de memória seja detectado no futuro. É interessante comentar que este problema depende muito da geometria e da discretização, de forma que em uma simulação em múltiplas malhas, eventualmente apenas uma malha apresente o problema.

Não foi implementada nenhuma lógica para detectar o problema descrito nos últimos quatro parágrafos e variar automaticamente o valor de 'tol', porque esta rotina constitui o núcleo do algoritmo de traçagem de raios e qualquer lógica que exceda a essencial, aumenta muito o esforço computacional do programa como um todo.

Neste capítulo foi descrito como foi feita a modelagem computacional do programa Mach2D 6.3 e como foi implementada a rotina de traçagem de raios. As equações diferenciais e as condições de contorno usadas para modelar o escoamento dos produtos de combustão no interior da câmara de empuxo foram mostradas, assim como as condições de contorno para modelar a TCR. Na equação de conservação da energia foi acrescentado um termo adicional que leva em conta a influência da radiação térmica quando se considera o meio como participante.

As equações do escoamento são escritas para uma geometria bidimensional axissimétrica e as equações são resolvidas em um sistema de coordenadas transformadas. Foi necessário avaliar como o termo adicional devido à radiação se apresenta no sistema de coordenadas transformadas.

O Método da Transferência Discreta foi programado em três dimensões, por isso uma malha auxiliar foi gerada com base na malha bidimensional axissimétrica. Por último foi descrito detalhadamente como o processo de traçagem dos raios foi implementado, uma vez que existem poucas informações sobre este procedimento na literatura especializada.

## 4 RESULTADOS

Este capítulo é dividido em cinco seções, relacionadas a diferentes problemas estudados. Os três primeiros são problemas de referência (*benchmarking*), nos quais o interior de cavidades é preenchido com meio participante e a radiação térmica é o único modo de transferência de calor. Os dois últimos problemas consistem em simulações de câmaras de empuxo teóricas ou reais de motores foguete. Nestas simulações, os efeitos da radiação térmica são adicionados à equação da conservação da energia, que é resolvida simultaneamente com as equações da conservação da massa, equação de estado e equações da conservação da quantidade de movimento nas direções axial e radial.

Na solução dos três primeiros problemas modelos foi utilizado o programa DTM\_3D\_Axisymmetric1.1, escrito em linguagem FORTRAN95. O compilador utilizado foi o Microsoft FORTRAN *PowerStation* 4.0, tipo de projeto: *Console Application* e variáveis de precisão dupla. O *hardware* utilizado foi um computador Samsung NP300E4A-BD2BR, com processador Intel Core i3-2350M de 2,3 GHz e 4 GB de memória RAM. O sistema operacional é o *Windows 7 Home Premium* de 64 Bits.

Os dois primeiros problemas modelo constituem-se de paredes negras, por isso o Método da Transferência Discreta executa apenas um laço externo. Já no terceiro problema, a maior parte do contorno do domínio é constituída de paredes cinza, de forma que várias iterações são necessárias.

Nas simulações dos dois problemas de motores foguete, foi utilizado o programa Mach2D 6.3, também escrito em linguagem FORTRAN95. O ambiente de desenvolvimento utilizado foi o *Visual Studio Community* 2013, tipo de projeto: *Console Application*. Todas as variáveis reais foram criadas com precisão dupla. O *hardware* utilizado foi um computador Dell T5500 com processador Intel Xeon X5690 de 3,47 GHz com 192 GB de memória. O sistema operacional é *Windows 7 Ultimate* de 64 Bits.

Os problemas envolvendo o escoamento em câmaras de empuxo de motores foguete foram todos simulados seguindo o algoritmo descrito no capítulo 3 desta dissertação, sendo que o problema era inicialmente resolvido sem considerar a radiação térmica e, depois de encontrada uma solução convergida, o programa retomava os cálculos partindo desta solução, mas desta vez incluindo a radiação. Novamente a simulação era processada por um número de iterações considerado suficiente para encontrar uma nova solução convergida.

Como critério para considerar uma solução qualquer convergida, observou-se o resíduo da norma L1 adimensionalizada e que engloba todas as variáveis do problema:  $u, v, p, \rho, T$ . Após o valor da norma se estabilizar em um valor da ordem de  $10^{-10}$  ou menor, considerado como erro de arredondamento, a simulação ainda era conduzida pelo dobro do número de iterações a fim de certificar que o erro de arredondamento fora alcançado.

Assim era conduzida a solução sem considerar a radiação térmica. Em seguida, quando esta era incluída, novamente a norma L1 do resíduo adimensionalizado assumia valores entre  $10^{-1}$  e  $10^{-3}$  e a simulação progredia até que se atingisse o dobro das iterações onde novamente aparecia o erro de arredondamento (ver Figura B.2 no Apêndice B).

#### 4.1 CAVIDADE CILÍNDRICA PREENCHIDA POR MEIO PARTICIPANTE HOMOGÊNEO

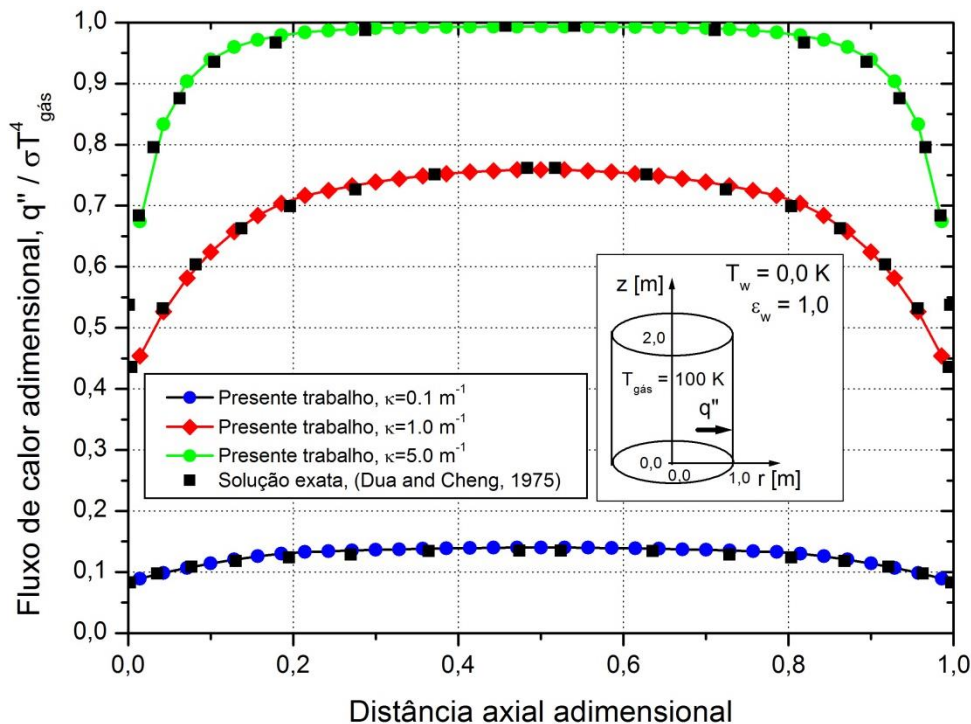
O primeiro problema modelo estudado foi extraído da seção 3.1 de Kim e Baek (2005), onde os autores utilizam o Método das Ordenadas Discretas (MOD) para encontrar uma solução numérica para o fluxo de calor adimensional incidente sobre a área lateral de uma cavidade cilíndrica. A solução analítica desta variável foi obtida por Dua e Cheng (1975). O cilindro possui 1 m de raio, 2 m de comprimento e seu interior está preenchido com um meio participante homogêneo ( $T_{gas} = 100\text{ K}$ ) com coeficiente de absorção constante. Todas as paredes internas da cavidade são frias  $T_w = 0\text{ K}$  e negras ( $\epsilon_w = 1$ ).

A solução numérica em Kim e Baek (2005) foi obtida para um domínio bidimensional axissimétrico. Os autores apresentam a solução numérica em forma gráfica e para uma única malha, com 35 volumes na direção axial e 15 volumes na direção radial. O número de raios usados na simulação foi 10 raios na direção polar e 8 raios na direção azimutal. Os autores investigaram a influência do coeficiente de absorção utilizando três valores diferentes para esta variável:  $\kappa = 0,1\text{ m}^{-1}$ ,  $\kappa = 1\text{ m}^{-1}$  e  $\kappa = 5\text{ m}^{-1}$ .

No presente trabalho, o método utilizado para a solução da ETR é o Método da Transferência Discreta (MTD), o domínio é tridimensional e o sistema de coordenadas usado é cilíndrico. Por esse motivo é necessário efetuar a discretização do domínio na direção circunferencial ou tangencial além da discretização nas direções radial e axial. Os resultados mostrados na Figura 4.1 foram obtidos com o MTD para uma malha como aquela apresentada

em Kim e Baek (2005), exceto pela discretização na direção circunferencial, ausente no artigo de referência, mas que neste trabalho, considerou-se igual ao número de elementos na direção radial, ou seja, 15 elementos de volume.

Apesar do problema possuir solução analítica conhecida, esta é bastante complicada, por isso os valores analíticos mostrados na Figura 4.1 foram extraídos em forma gráfica de Kim e Baek (2005). Para reduzir os erros no processo de extração dos valores analíticos foi utilizado o *software* GetData Graph Digitizer. Alguma perda de acurácia no processo de aquisição dos pontos da solução analítica é esperada, mas observa-se que há uma concordância razoável entre a solução numérica obtida com o DTM\_3D\_Axisymmetric1.1 em relação à solução analítica de referência.



**Figura 4.1:** Distribuição do fluxo de calor adimensional incidente sobre o comprimento adimensional da parede da cavidade cilíndrica.

Ao contrário do artigo de referência, no presente trabalho é investigado o efeito da malha sobre as seguintes variáveis globais: fluxo de calor adimensional médio, fluxo de calor adimensional em  $z = 1 \text{ m}$  e taxa de transferência de calor para a superfície que forma a área lateral da cavidade cilíndrica. Também se analisou a influência das discretizações espacial e angular (número de raios) sobre o tempo de processamento, considerando as especificações do computador usado, conforme descrito no início desta seção.

As malhas utilizadas no estudo do problema desta seção estão listadas na Tabela 4.1, apresentada em seguida.

**Tabela 4.1: Características das malhas empregadas no problema da cavidade cilíndrica.**

	$nz=9,$ $nr=3$ $nvol=81$	$nz=19,$ $nr=6$ $nvol=684$	$nz=37,$ $nr=12$ $nvol=5328$	$nz=73,$ $nr=24$ $nvol=42048$	$nz=145,$ $nr=48$ $nvol=334080$	$Nz=725$ $nr=84$ $nvol=5 \times 10^6$
$n\theta=5,$ $n\varphi=4$ $nraios=20$	Malha 1	Malha 2	Malha 3	Malha 4	Malha 5	---
$n\theta=10,$ $n\varphi=8$ $nraios=80$	Malha 7	Malha 8	Malha 9	Malha 10	Malha 11	Malha 12
$n\theta=20,$ $n\varphi=16$ $nraios=320$	Malha 13	Malha 14	Malha 15	Malha 16	Malha 17	Malha 18
$n\theta=40,$ $n\varphi=32$ $nraios=1280$	Malha 19	Malha 20	Malha 21	Malha 22	Malha 23	Malha 24
$n\theta=80,$ $\varphi=64$ $nraios=5120$	Malha 25	Malha 26	Malha 27	Malha 28	Malha 29	Malha 30
$n\theta=160,$ $n\varphi=128$ $nraios=20480$	Malha 31	Malha 32	Malha 33	Malha 34	Malha 35	---
$n\theta=320,$ $n\varphi=256$ $nraios=81920$	---	Malha 38	---	---	---	---

\* “nz”: número de elementos de volume na direção axial, “nr”: número de elementos na direção radial, “nraios”: número de raios por elemento de área da fronteira e “nvol”: número de elementos de volume da malha;

\*\* Para a discretização na direção tangencial, “nt” empregou-se o mesmo número de volumes da direção radial “nr”, de forma que  $nvol = nz \cdot nr \cdot nt = nz \cdot nr^2$ .

A análise dos fluxos de calor médio e em  $z = 1 \text{ m}$  pode ser feita observando a Figura 4.2, obtida para  $\kappa = 5 \text{ m}^{-1}$ . À medida que se melhora a discretização espacial, observa-se que os valores do fluxo de calor adimensional em  $z = 1 \text{ m}$  e fluxo de calor médio adimensional tendem a estabilizar, respectivamente em 0,99 e 0,92. Porém não se encontrou uma malha limite, além da qual qualquer refinamento adicional não produz alteração significativa nos resultados. Para alcançar um número maior de algarismos significativos é necessário usar malhas mais refinadas.

Outra análise que pode ser conduzida é referente à discretização angular, ou seja, relativa à quantidade de raios que é lançada no interior do domínio em cada elemento de área da fronteira a fim de calcular a irradiação sobre ele. O comportamento dos fluxos de calor médio e em  $z = 1 \text{ m}$  é apresentado na Figura 4.3, sendo o fluxo de calor em  $z = 1 \text{ m}$

representado pelo conjunto de dados concentrados na parte superior da figura e o fluxo de calor médio na parte inferior da figura.

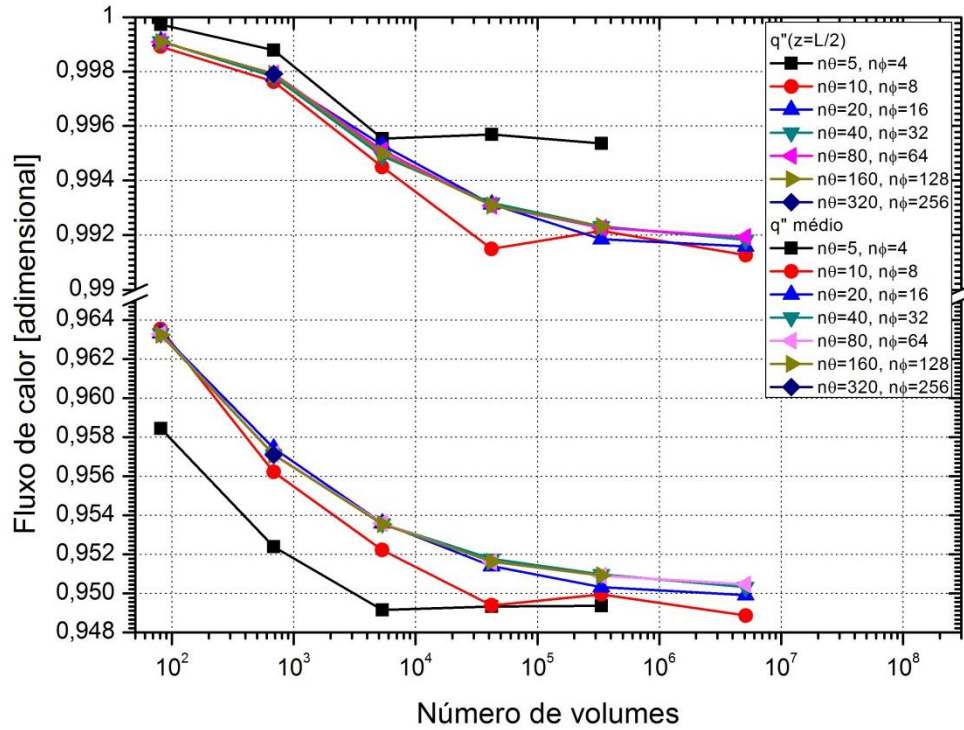


Figura 4.2: Fluxos de calor em função do número de elementos de volume.

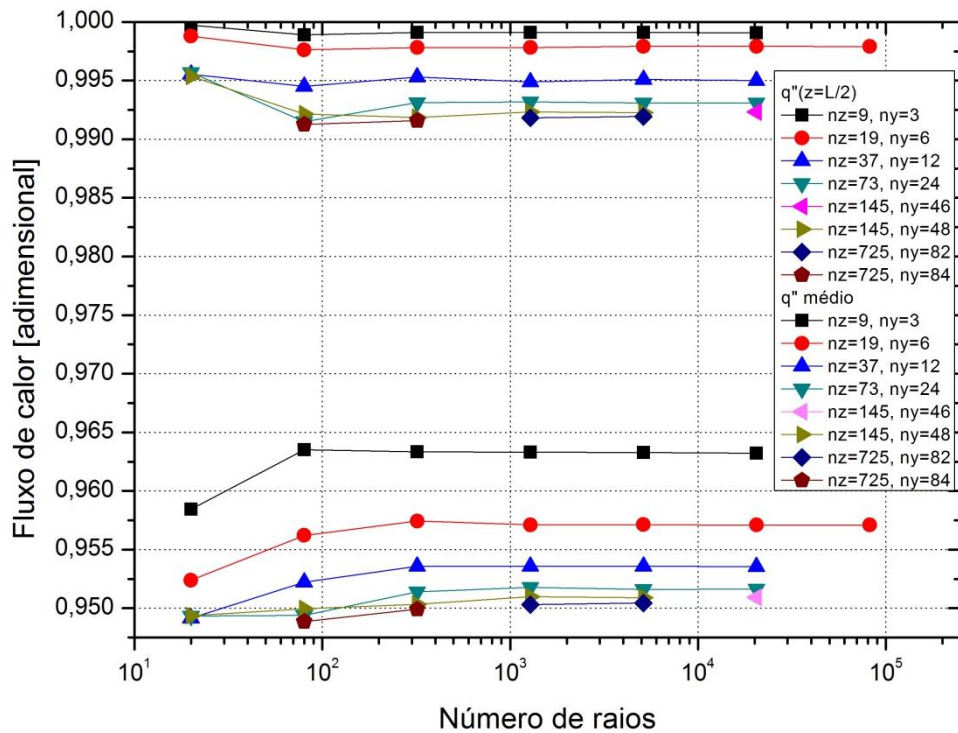


Figura 4.3: Fluxos de calor em função do número de raios.



É possível observar que malhas discretizadas com mais de 300 raios não melhoram significativamente os resultados obtidos, independentemente da qualidade da discretização espacial, portanto este é o valor mínimo recomendado para uso em problemas futuros. Como neste problema o meio é homogêneo (*i.e.* temperatura uniforme), não é possível generalizar o resultado para problemas envolvendo meios não homogêneos. Recomenda-se que em cada caso a ser analisado seja investigada a influência da malha.

Quanto à taxa de calor transferida para a área lateral da cavidade cilíndrica, observa-se na Figura 4.4 que discretizações com mais de  $1 \times 10^5$  elementos de volume fornecem resultados semelhantes entre si. Na Figura 4.5 é possível observar que os resultados praticamente independem da discretização angular.

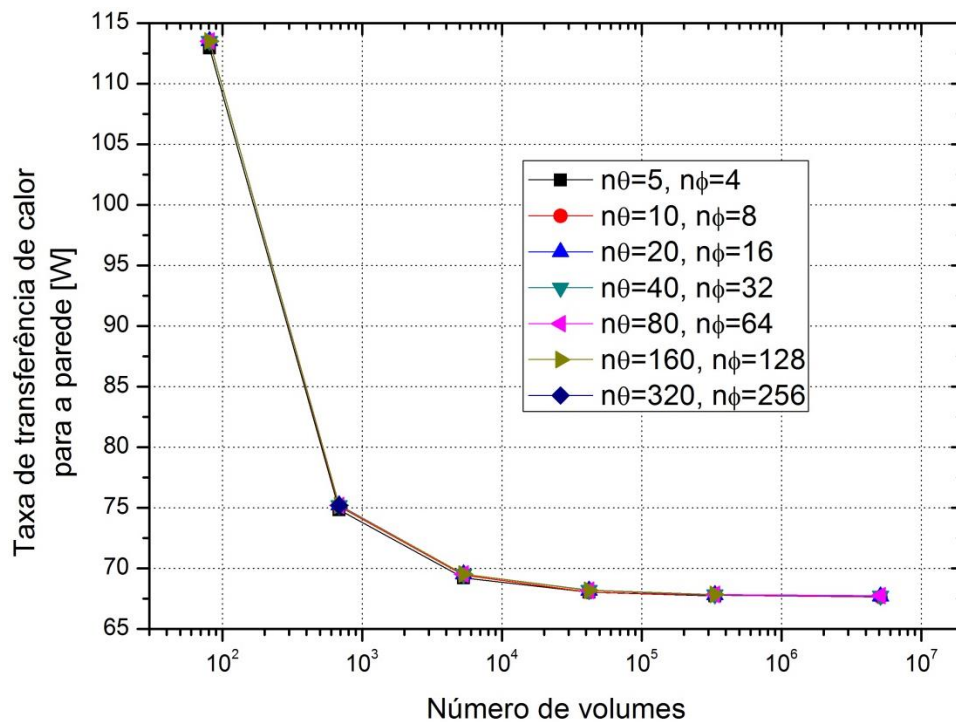


Figura 4.4: Taxa de calor transferida em função do número de elementos de volume.

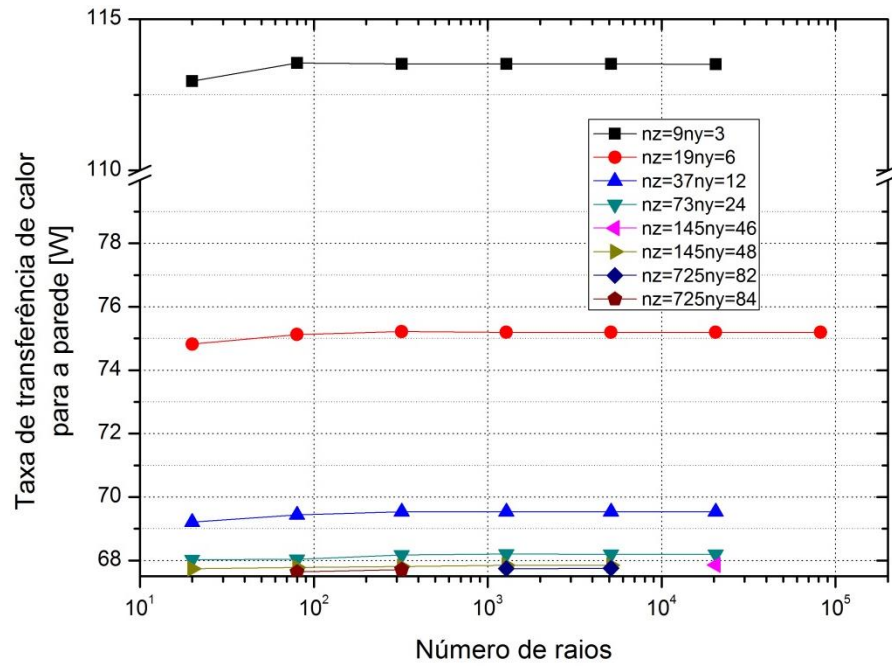


Figura 4.5: Taxa de calor transferida em função do número de raios.

Referente ao tempo de processamento observa-se na Figura 4.6 que este parâmetro aumenta de forma aproximadamente logarítmica com o refino da malha. Malhas com discretização angular mais refinada (maior número de raios por elemento de área da fronteira) consomem proporcionalmente mais tempo de processamento, mas mantêm o comportamento das demais discretizações, conforme pode ser observado na Figura 4.7.

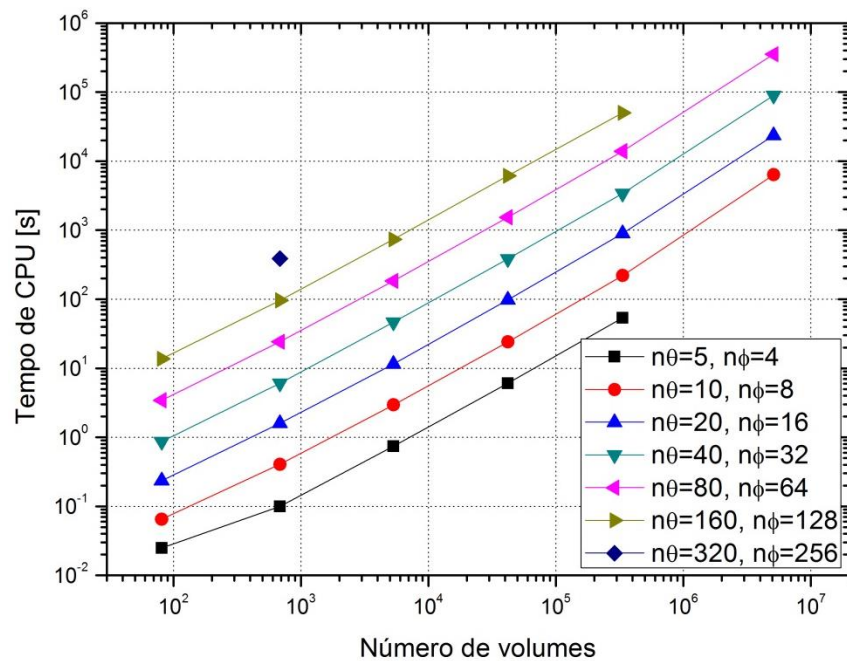
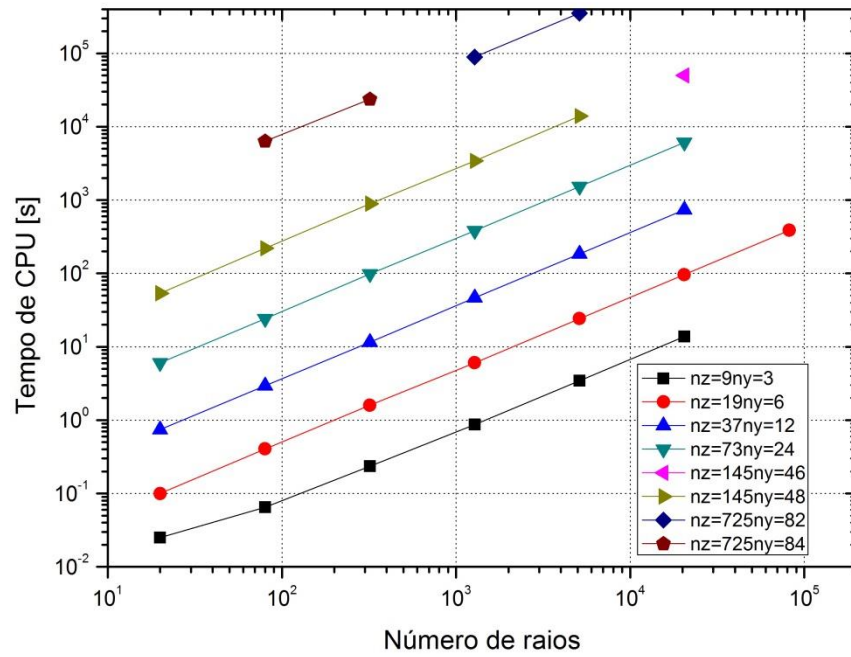


Figura 4.6: Tempo de processamento como função do número de elementos de volume.



**Figura 4.7:** Tempo de processamento em função do número de raios por elemento de área.

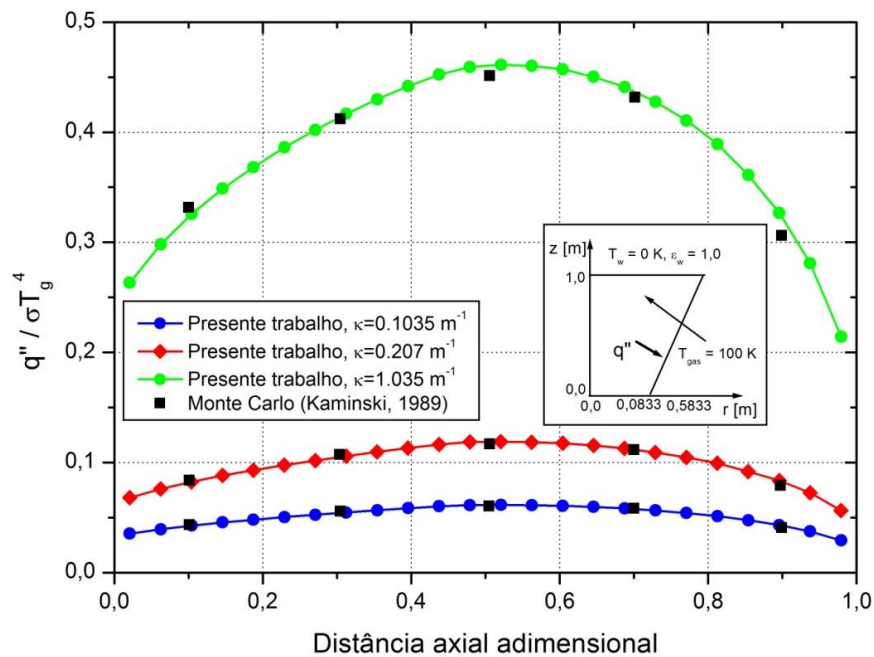
Após observar o comportamento de algumas variáveis em diversas malhas, pode-se concluir que apenas a análise visual da Figura 4.1 conduz à uma ideia errada a cerca da discretização espacial e angular, pois esta discretização apresenta apenas 7875 elementos de volume e apenas 80 raios por elemento de área na fronteira, sendo que a análise das malhas, mostrou que o número mínimo de volumes requeridos é 100.000 e o número mínimo de raios por elemento de área é 300.

## 4.2 CAVIDADE EM FORMA DE TRONCO DE CONE PREENCHIDA POR MEIO PARTICIPANTE

O segundo problema modelo também é descrito em Kim e Baek (2005), na seção 3.2. Assim como o problema descrito na seção anterior, este problema é puramente teórico, mas neste caso não possui solução analítica conhecida, mas sim uma solução numérica de qualidade reportada por Kaminski (1989) e obtida com o Método de Monte Carlo (MC).

A geometria deste segundo problema é um tronco de cone com 1 m comprimento e raios das bases menor e maior 0,0833 m e 0,5833 m respectivamente. Em uma primeira simulação, foram empregados, assim como na referência, 24 volumes na direção axial e 12 volumes na direção radial. Para a discretização angular foram empregados 12 raios na direção polar e 8 raios na direção azimutal. Neste problema as paredes também são frias e negras e o meio participante é homogêneo com temperatura constante  $T_{gas} = 100\text{ K}$ .

Novamente três diferentes coeficientes de absorção são modelados:  $\kappa = 0,1035\text{ m}^{-1}$ ,  $\kappa = 0,207\text{ m}^{-1}$  e  $\kappa = 1,035\text{ m}^{-1}$ . Os resultados para o fluxo de calor adimensionalizado podem ser vistos na Figura 4.8 onde foi incluído um desenho de meio corte da seção transversal do domínio com as dimensões. Pode-se observar que há concordância razoável entre os resultados obtidos neste trabalho com os da referência.



**Figura 4.8:** Distribuição do fluxo de calor adimensional incidente sobre o comprimento adimensional da parede da cavidade em tronco de cone.

A fim de se investigar o efeito de malha para este problema foi escolhido o caso em que  $k = 0,207 \text{ m}^{-1}$  e um conjunto de malhas conforme mostrado na Tabela 4.2:

**Tabela 4.2: Características das malhas usadas no problema da cavidade tronco-cônica.**

	$nz=9,$ $nr=3$ $nvol=81$	$nz=19,$ $nr=6$ $nvol=684$	$nz=37,$ $nr=12$ $nvol=5328$	$nz=73, nr=24$ $nvol=42048$	$nz=145, nr=48$ $nvol=334080$	$Nz=725$ $nr=84$ $nvol=5 \times 10^6$
$n\theta=5, n\varphi=4$ $nraios=20$	Malha 1	Malha 2	Malha 3	Malha 4	Malha 5	Malha 6
$n\theta=10, n\varphi=8$ $nraios=80$	Malha 7	Malha 8	Malha 9	Malha 10	Malha 11	---
$n\theta=20, \varphi=16$ $nraios=320$	Malha 13	Malha 14	Malha 15	Malha 16	Malha 17	---
$n\theta=40, \varphi=32$ $nraios=1280$	Malha 19	Malha 20	---	Malha 22	Malha 23	---
$n\theta=80, \varphi=64$ $nraios=5120$	Malha 25	Malha 26	Malha 27	---	---	---
$n\theta=160, n\varphi=128$ $nraios=20480$	Malha 31	Malha 32	Malha 33	---	---	---
$n\theta=320, n\varphi=256$ $nraios=81920$	Malha 37	Malha 38	---	---	---	---

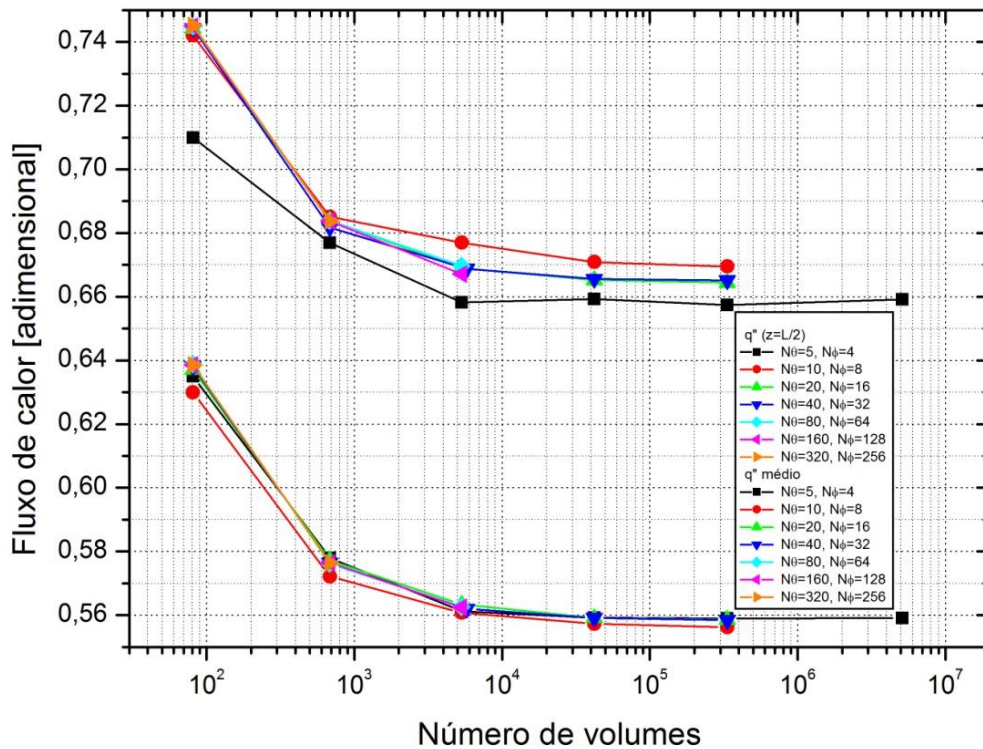
\* “nz”: número de elementos de volume na direção axial, “nr”: número de elementos na direção radial, “nraios”: número de raios por elemento de área da fronteira e “nvol”: número de elementos de volume da malha;

\*\* Para a discretização na direção tangencial, “nt” empregou-se o mesmo número de volumes da direção radial “nr”, de forma que  $nvol = nz \cdot nr \cdot nt = nz \cdot nr^2$ .

Na tabela acima é possível observar que algumas células não estão preenchidas com o número de identificação da malha. Isso porque essas malhas são aquelas que apresentam alguma dificuldade em seguir algum raio pelo interior do domínio, necessitando de um ajuste específico para a tolerância usada no processo de detecção dos volumes atravessados. Como tais testes demoram sobremaneira e a quantidade de malhas já é significativa, essas malhas problemáticas foram deixadas de fora desta análise, apesar de ser possível alterar o número de elementos da malha e evitar essa dificuldade.

A primeira análise é do fluxo de calor que atinge a área lateral do tronco de cone na metade da distância ao longo de seu eixo longitudinal ( $z = 0,5 \text{ m}$ ) e do fluxo de calor médio.

Os resultados estão mostrados na Figura 4.9. Ambos os fluxos estão adimensionalizados, ou seja, divididos pelo poder emissivo de corpo negro do gás. Pode-se observar que ambos os fluxos tendem a estabilizar ao redor de um valor aproximadamente constante quando a malha possui mais de 10.000 elementos de volume. Observa-se também que os fluxos de calor não mudam significativamente a partir da terceira malha mais refinada nas direções angulares.



**Figura 4.9: Fluxos de calor em função do número de elementos de volume.**

Os mesmos resultados também aparecem na Figura 4.10, porém em função do número de raios. Nesta figura é possível identificar que malhas com discretização angular com mais de 500 raios por elemento de área da fronteira do domínio não produzem alterações apreciáveis nos resultados dos fluxos de calor médio e em  $z = 0,5 \text{ m}$ .

Outra variável analisada é a taxa de transferência de calor para a parede formada pela área lateral do tronco de cone. Observa-se na Figura 4.11 e na Figura 4.12 que malhas com mais de 10.000 elementos de volume não produzem alteração apreciável na taxa de calor transferida, assim como malhas discretizadas com mais de 500 raios por elemento de área na fronteira.



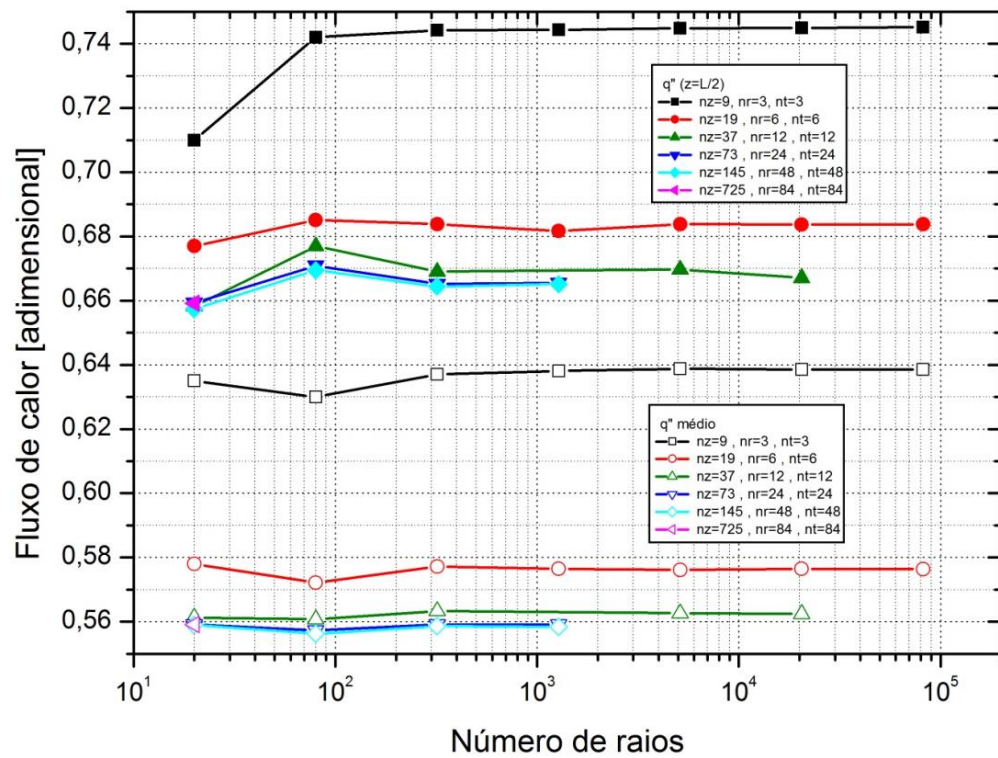


Figura 4.10: Fluxos de calor em função do número de raios.

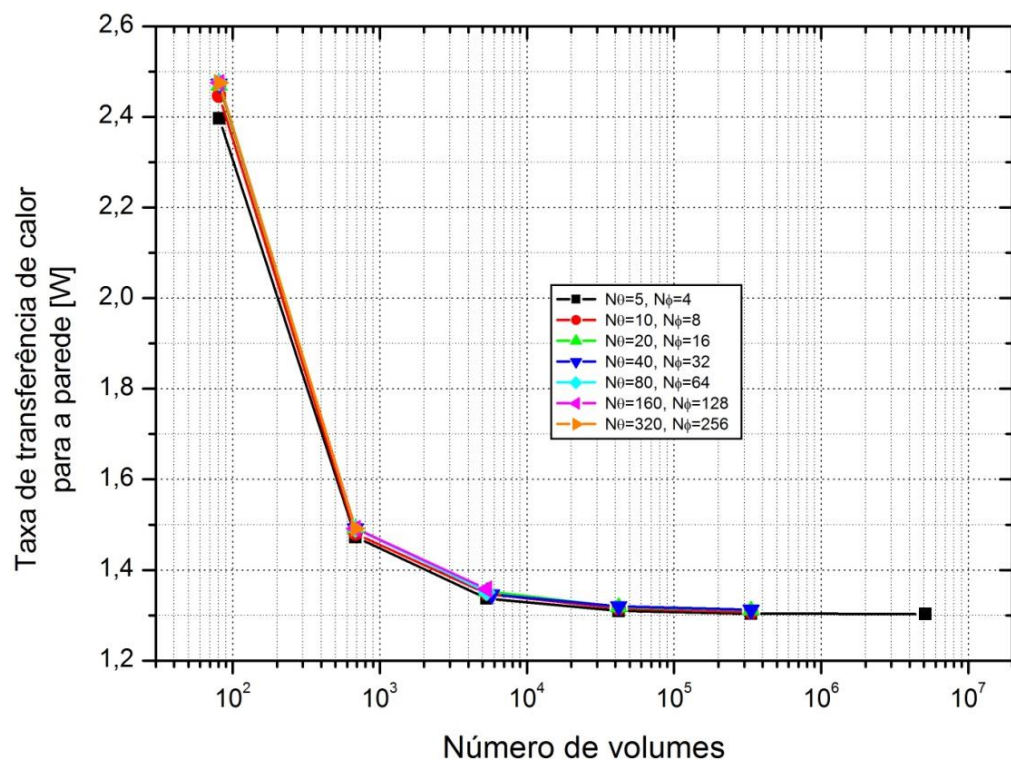
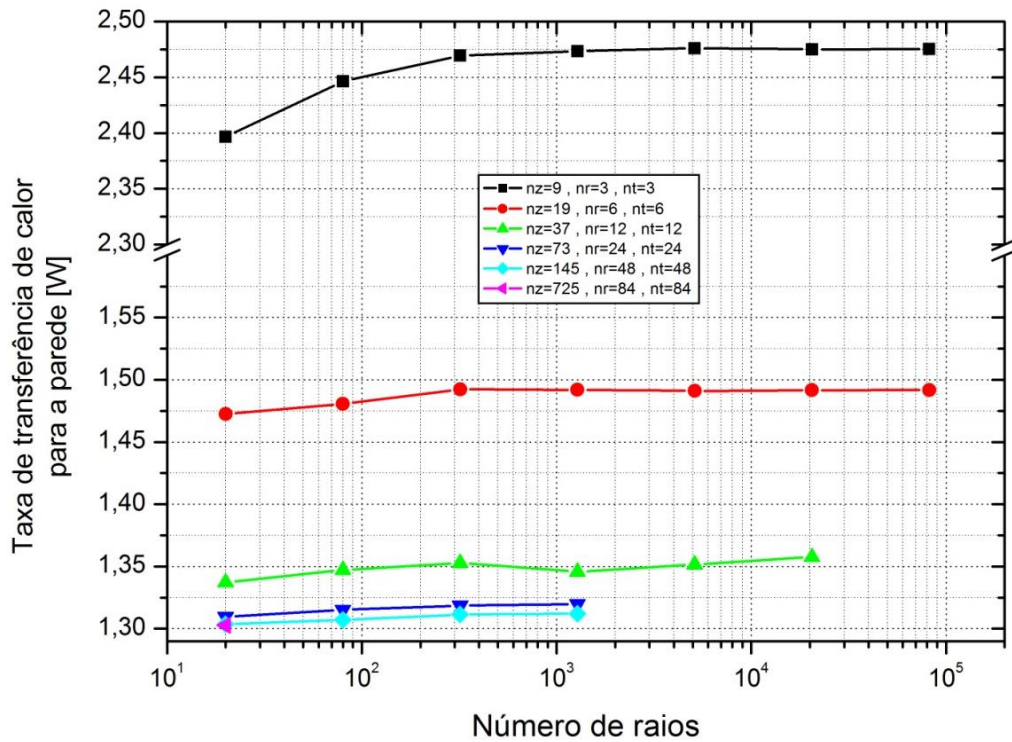


Figura 4.11: Taxa de calor transferido em função do número de elementos de volume.



**Figura 4.12:** Taxa de transferência de calor em função do número de raios.

A prática, relativamente comum da literatura, de apresentar conclusões para resultados obtidos em apenas uma única malha é desaconselhada. Apesar do fluxo de calor adimensional exibido na da Figura 4.8 ser muito semelhante ao das malhas mais refinadas, outro problema semelhante pode não exibir essa característica e conduzir a uma ideia errada a cerca da distribuição do fluxo de calor caso a discretização espacial e angular seja grosseira. A malha usada para gerar a Figura 4.8 apresenta apenas 3456 elementos de volume e apenas 96 raios por elemento de área na fronteira, sendo que a análise das malhas demonstrou que o número mínimo de volumes recomendados é 10.000 e o número mínimo de raios por elemento de área é 500.

Referente ao tempo de CPU pode-se observar na Figura 4.13 e na Figura 4.14 que à medida que o número de volumes ou número de raios aumenta, o tempo de processamento aumenta, porém não de forma logarítmica como no problema analisado anteriormente.

Para analisar adequadamente os gráficos que mostram o tempo de processamento é interessante que as especificações do computador usado sejam conhecidas. É válido lembrar que essas informações estão descritas no início do capítulo 4.



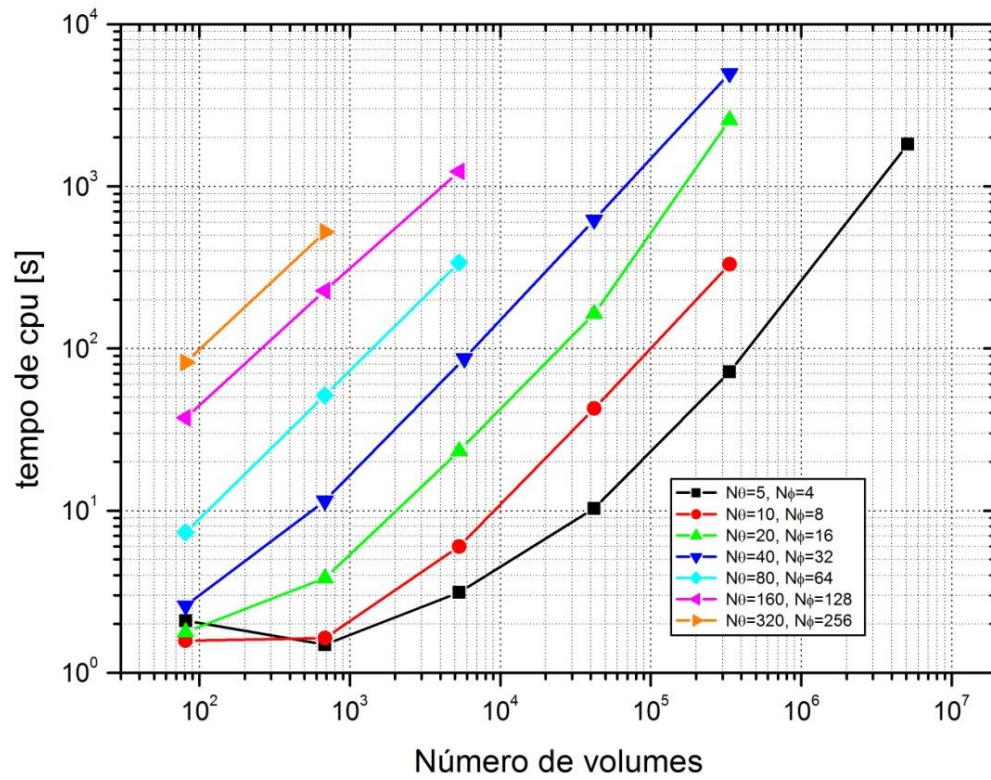


Figura 4.13: Tempo de *CPU* em função do número de elementos de volume.

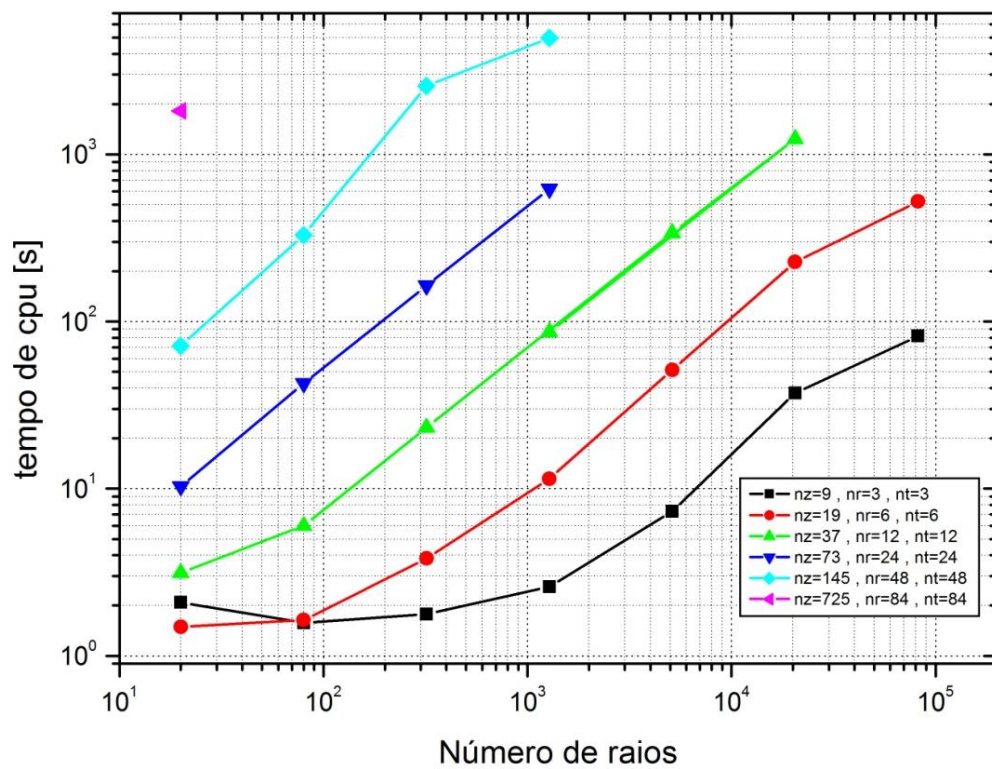


Figura 4.14 Tempo de *CPU* em função do número de raios.

### 4.3 IRRADIAÇÃO SOBRE A SUPERFÍCIE INTERNA DE UM FORNO EXPERIMENTAL

O terceiro problema modelo foi obtido de Carvalho *et al.* (1991), porém originário de Wu e Fricker (1971). O problema consiste em um experimento conduzido na *Industrial Flame Research Foundation*. Trata-se de um forno de geometria cilíndrica de diâmetro 0,9 m e 5 m de comprimento. Os autores utilizam uma malha de 17 volumes na direção axial e 3 volumes na direção radial. O campo de temperaturas é informado pelos autores e está reproduzido na Figura 4.15, assim como outras informações de interesse.

O coeficiente de absorção é considerado constante  $\kappa = 0,3 \text{ m}^{-1}$  e as paredes são cinza, com emissividade  $\epsilon_w = 0,8$  e temperatura  $T_w = 425 \text{ K}$ , exceto no centro da entrada do forno (à esquerda), onde  $\epsilon_w = 1$  e  $T_w = 425 \text{ K}$ . Na região central da saída, onde ocorre a descarga dos produtos de combustão,  $\epsilon_w = 1$  e  $T_w = 300 \text{ K}$ , ou seja, as aberturas são modeladas como paredes negras na temperatura das vizinhanças externas à cavidade que forma o forno.

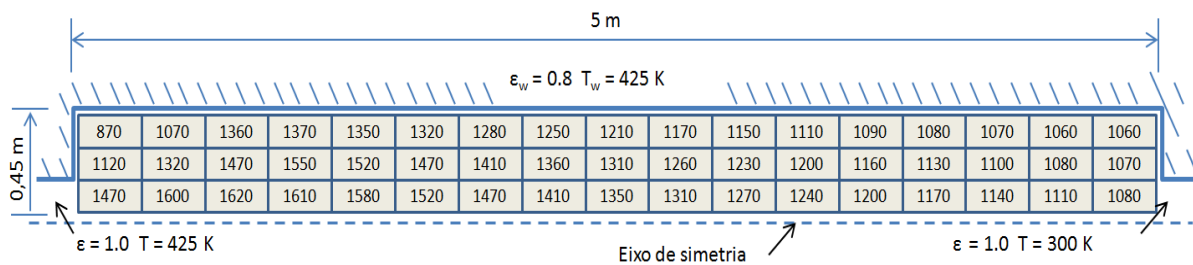


Figura 4.15: Geometria e campo de temperatura do forno descrito em Wu e Fricker (1971).

Este problema modelo se mostrou importante porque as suas paredes são cinza em sua maior parte e possibilitaram o teste do processo iterativo de cálculo dos fluxos de calor trocados com as paredes (irradiação e radiosidade). O critério de parada utilizado foi a norma L1 do resíduo dos valores obtidos para a irradiação em todos os elementos de área de superfície do domínio, conforme dado pela equação abaixo (VERSTEEG e MALALASEKERA, 2007, p. 287):

$$L1^j = \sum_{i=1}^{n_f} |G_i^j - G_i^{j-1}|, \quad (4.1)$$

onde o índice  $i$  indica o número do elemento de área ou face na fronteira do domínio e  $n_f$  o número total de elementos de área na fronteira. O índice  $j$  indica a iteração, ou seja,  $L1^j$  indica a norma L1 do resíduo na  $j$ -ésima iteração. O processo iterativo do MTD pode ser encerrado quando o número máximo de iterações é alcançado ou quando o valor da norma L1 estiver inferior a uma tolerância, ambas as informações especificadas pelo usuário. O resultado é, então, escrito no arquivo de saída de dados. Observou-se que são necessárias 27 iterações para a convergência e que a norma L1 na última iteração assume valor nulo, o que seria de se esperar visto que o campo de temperaturas não apresenta variação à medida que as iterações são efetuadas.

O fluxo de calor transferido para as paredes de cada elemento de área  $i$  na superfície cilíndrica que compõe a área lateral do forno é dado por:

$$q''_i = G_i - J_i, \quad (4.2)$$

A equação (4.2) mostra que, na ausência de outros mecanismos de troca de calor, o fluxo de calor é dado pela subtração entre a energia radiante incidente sobre a superfície e a radiosidade para o interior do forno (emissão mais reflexão). A Figura 4.16 mostra os resultados numéricos obtidos no presente trabalho, utilizando a malha com 17 volumes na direção axial e 3 volumes na direção radial de acordo com as medições experimentais descritas em Wu e Fricker (1971).

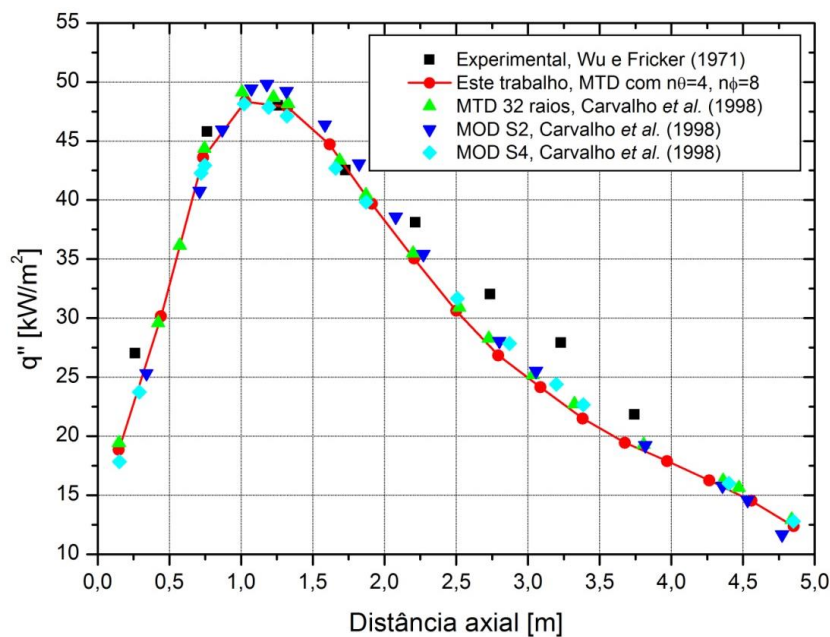


Figura 4.16: Fluxo de calor incidente sobre a área lateral do forno.

Juntamente com os resultados numéricos estão apresentados os resultados experimentais e os resultados numéricos obtidos pelos autores dos artigos de referência, Carvalho *et al.* (1991) e Carvalho e Farias (1998) usando o MTD e o Método das Ordenadas Discretas (MOD) com aproximações do tipo S2 e S4. Estas aproximações estão relacionadas ao número de direções ordenadas nas quais a Equação da Transferência Radiativa é discretizada e então resolvida. Mais detalhes sobre as aproximações no MOD, ver Howell *et al.* (2011), p. 645.

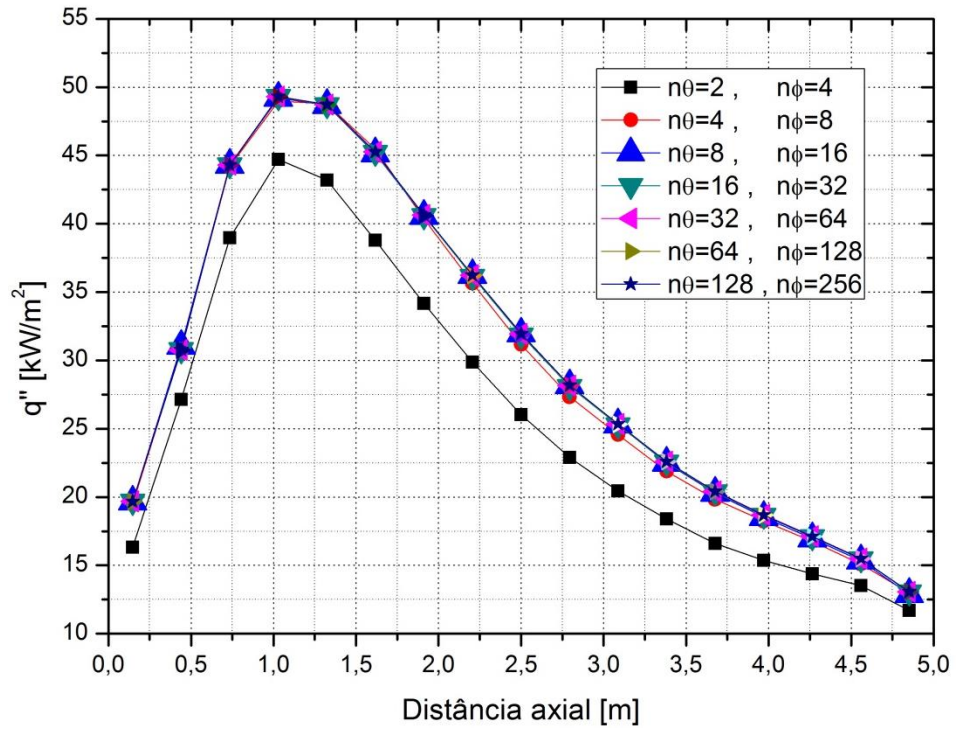
Os autores não especificaram em suas simulações quantos raios utilizaram em cada direção, mas sim o número total de raios por elemento de área. Por essa razão foi especificado na legenda da Figura 4.16 que foram usados 4 raios na direção polar e 8 na direção azimutal, o que pode ser considerada uma discretização relativamente pobre, porém equivalente à usada na referência.

Para analisar o efeito da malha foram conduzidos testes com malhas diferentes. Entretanto como campo de temperaturas deve ser mantido de acordo com a Figura 4.15, resolveu-se manter a discretização espacial original e variar a quantidade de raios por elemento de área na fronteira. Os resultados das malhas com diferente número de raios podem ser facilmente consultados na legenda da Figura 4.17.

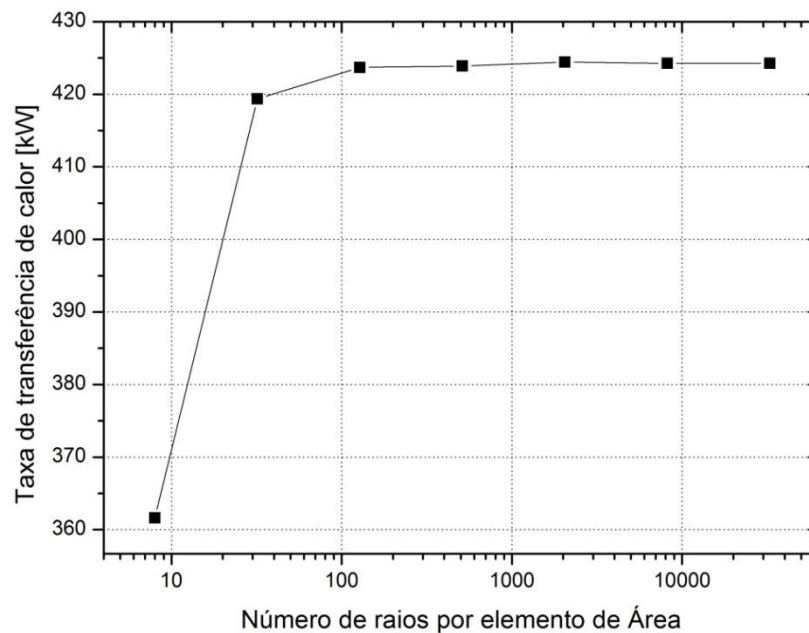
Observa-se que as malhas onde se usou mais de 8 raios na direção polar e 16 na direção azimutal produzem resultados praticamente idênticos, portanto discretizações mais refinadas são desnecessárias.

De forma similar, a taxa de transferência de calor para a área lateral do forno é mostrada na Figura 4.18 em função do número de raios. Também neste gráfico, verifica-se que malhas com mais de 128 raios (8 na direção polar e 16 na direção azimutal) produzem resultados com diferenças até 1,9% entre si.

Para este problema não foram estudadas malhas com diferente refino nas direções espaciais, porém as simulações malhas com diferente número de raios indicam que são necessários mais de 128 raios por elemento de área a fim de garantir que os resultados se estabilizaram. Observa-se que em Carvalho *et al.* (1991) e Carvalho e Farias (1998) utilizou-se 32 raios.



**Figura 4.17:** Fluxo de calor incidente sobre a área lateral do experimento descrito em Wu e Fricker, (1971) considerando diferente número de raios por elemento de área.

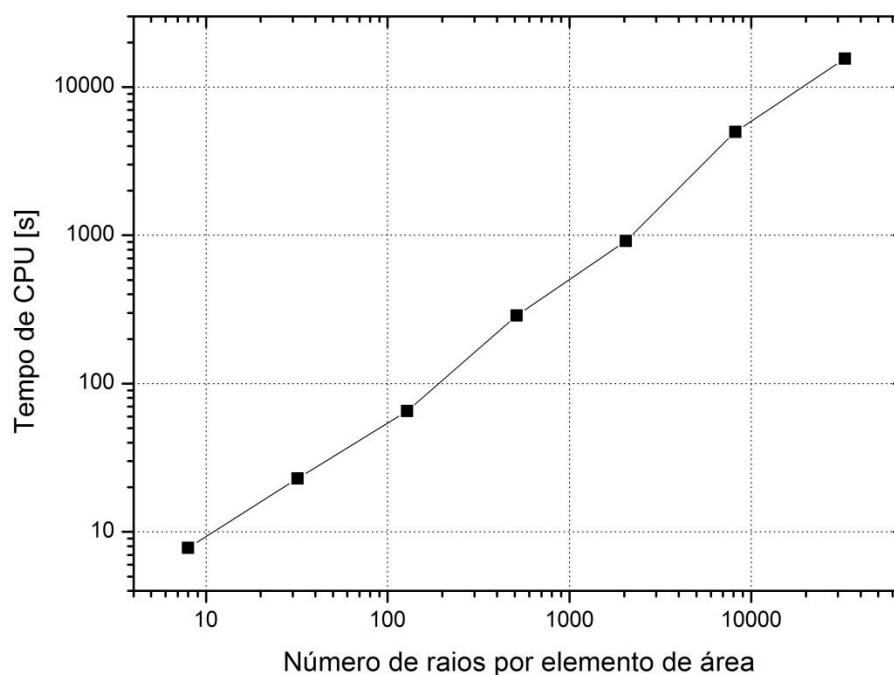


**Figura 4.18:** Taxa de transferência de calor em função do número de raios.

Referente ao tempo de processamento, ou tempo de CPU, observa-se na Figura 4.19 que o tempo aumenta com o número de raios de forma logarítmica, portanto se malhas mais refinadas que determinado valor limite não são vantajosas porque estarão consumindo recurso

computacional e este talvez seja o motivo de muitos autores apresentarem, em seus trabalhos, soluções obtidas em malhas relativamente grosseiras. Comumente a radiação térmica é um dos fenômenos de interesse em problemas de engenharia. É comum que tais problemas englobem fenômenos complexos e acoplados, de forma que necessitam grande esforço computacional como combustão combinada à radiação térmica.

As especificações de *hardware* e *software* estão listadas no início do capítulo 4 e são informações importantes na análise da Figura 4.19.



**Figura 4.19:** Tempo de processamento em função do número de raios.



#### 4.4 SIMULAÇÃO DA TUBEIRA DE MOTOR FOGUETE DE PROPULSÃO NUCLEAR

Na literatura especializada, são poucos os resultados de simulações numéricas da TRC em motores foguete que apresentam, além dos resultados numéricos, dados que possibilitem sua reprodução, tais como a geometria do domínio, hipóteses simplificadoras, parâmetros de operação do motor e propriedades físicas do fluido. Uma dessas referências é o relatório técnico TR R-220.

Segundo os autores deste relatório, Howell *et al.* (1965a), o objetivo do estudo foi estimar o fluxo de calor transferido por radiação para as paredes de três tubeiras de motores foguete similares, porém com dimensões ligeiramente diferentes entre si. Segundo os autores, as geometrias estudadas são simplificadas, porém similares àquelas previstas para a operação de motores foguete de propulsão nuclear.

A geometria estudada no presente trabalho é mostrada na Figura 4.20 e chamada tubeira II em Howell *et al.* (1965a).

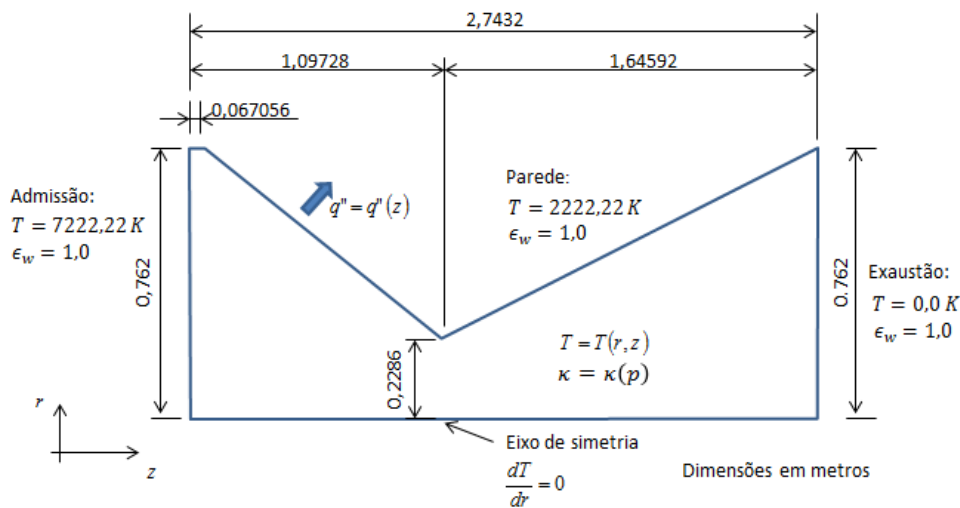


Figura 4.20: Geometria da tubeira II de Howell *et al.* (1965a).

Neste problema o calor específico a pressão constante do propelente (hidrogênio diatômico) é modelado como função da pressão e da temperatura. Já a razão de calores específicos é dada como função da temperatura. Por esta razão, algumas alterações foram feitas no Mach2D 6.3 para simular este problema em específico.

Em primeiro lugar foi alterada a rotina “set\_variable\_cp\_and\_gamma” do arquivo fonte “user.f90” para incluir equações para o cálculo do calor específico e da razão de calores específicos obtidas. Tais equações foram obtidas por meio de funções construídas com valores extraídos das Figuras 15 e 17 em Howell *et al.* (1965a) utilizando o *software* GetData Graph Digitizer e descritas em detalhes no Apêndice A. Por isso foi necessário alterar também o cálculo da constante do gás, que passou a ser calculado conforme a equação:

$$R = c_p \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right), \quad (4.4)$$

onde  $\gamma$  representa a razão de calores específicos. Esta equação foi obtida a partir das relações  $c_p - c_v = R$  e  $\gamma = c_p/c_v$ , válidas para gases perfeitos. Nestas equações  $c_v$  é o calor específico a volume constante. Na prática há algum desvio no comportamento do gás real em relação ao modelo de gás perfeito, mas o procedimento acima ainda pode ser considerado adequado e está em concordância com a Eq. (3.5). Por último, o coeficiente de absorção do hidrogênio é descrito como função da pressão local e calculado pela equação:

$$\kappa = -5,32362 \times 10^{-22} p^3 + 1,84579 \times 10^{-14} p^2 + 3,38619 \times 10^{-8} p - 3,03936, \quad (4.5)$$

escrita diretamente na linha 878 do arquivo fonte “main.f90”, conforme passo 10 do algoritmo descrito no capítulo 3. Nesta equação  $p$  é a pressão em Pa e  $\kappa$  é o coeficiente de absorção em  $m^{-1}$ . Esta equação foi construída a partir de pontos obtidos da Figura 13 de Howell *et al.* (1965a) utilizando o *software* GetData Graph Digitizer. O ajuste da função foi feito utilizando o *software* Excell.

A temperatura da parede da tubeira é considerada constante, com valor 2222,22 K e a temperatura da seção de exaustão é considerada nula. Vale lembrar que, diferente do modelo da radiação, na modelagem de dinâmica dos fluidos, a temperatura na seção de descarga é obtida pela extrapolação linear da temperatura no interior do domínio, conforme mostrado na Figura 3.1, resultando em valores relativamente elevados. Porém a pressão se reduz consideravelmente com a expansão na seção divergente e o hidrogênio se torna praticamente transparente (*i.e.* não participante) à radiação. Por isso a hipótese de temperatura nula no modelo da TCR é aceitável. Esta hipótese também é usada pelos autores do relatório técnico.

A condição de contorno de reflexão especular da radiação térmica no eixo de simetria, comumente empregada em outros trabalhos científicos, não necessita ser implementada nos



códigos DTM\_3D\_Axisymmetric1.1 e Mach2d 6.3, uma vez que estes programas utilizam uma malha tridimensional no modelo da TCR e os raios que passam próximos ou mesmo tangenciando o eixo de simetria são localizados nos elementos de volume na parte oposta ao eixo de simetria do domínio, seguindo sem maiores dificuldades até encontrar a fronteira do domínio no outro lado da tubeira.

Seguindo a mesma metodologia aplicada aos problemas anteriores, verificou-se o comportamento da solução em diferentes malhas, com diferentes refinamentos tanto nas dimensões espaciais como na quantidade de raios.

Pode-se observar na Tabela 4.3 as características das malhas empregadas, onde “DE” significa discretização espacial e “DA” discretização angular, ou seja, relativa ao número de raios por elemento de área na fronteira. Observa-se que a quantidade de raios nas direções polar ( $\theta$ ) e azimutal ( $\phi$ ) é diversa da utilizada nos problemas anteriores. Estes números são, em geral, escolhidos pelo usuário. Observa-se que as malhas possuem razão de refino 2, ou seja, a malha mais refinada possui, em cada direção, o dobro de elementos de volume ou número de raios que a malha imediatamente menos refinada.

**Tabela 4.3: Malhas utilizadas nas simulações da tubeira II de Howell *et al.* (1965a).**

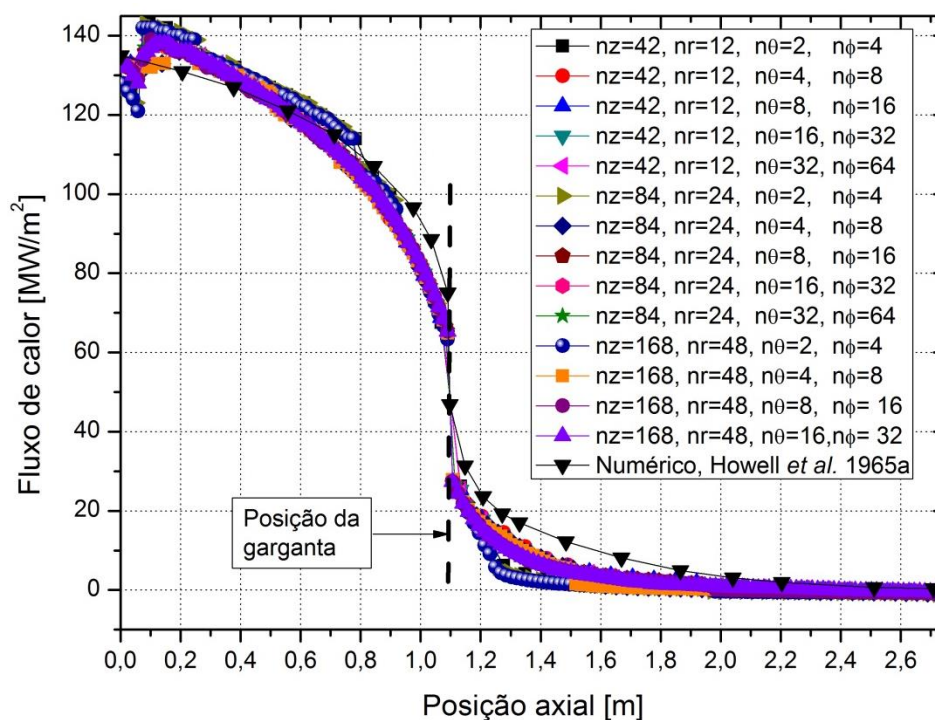
	nz=42, nr=12	nz=84, nr=24	nz=168, nr=48
	nvol=6048	nvol=48384	nvol=387072
n $\theta$ =2, n $\phi$ =4			
nraios=8	DE1_DA1	DE2_DA1	DE3_DA1
n $\theta$ =4, n $\phi$ =8			
nraios=32	DE1_DA2	DE2_DA2	DE3_DA2
n $\theta$ =8, $\phi$ =16			
nraios=128	DE1_DA3	DE2_DA3	DE3_DA3
n $\theta$ =16, n $\phi$ =32			
nraios=512	DE1_DA4	DE2_DA4	DE3_DA4
n $\theta$ =32, n $\phi$ =64			
nraios=2048	DE1_DA5	DE2_DA5	---

\* “nz”: número de elementos de volume na direção axial, “nr”: número de elementos de volume na direção radial, “nraios”: número de raios por elemento de área da fronteira e “nvol”: número de elementos de volume da malha;

\*\* Para a discretização na direção tangencial “nt” empregou-se o mesmo número de volumes da direção radial “nr”, de forma que  $nvol = nz \cdot nr \cdot nt = nz \cdot nr^2$ .

A Figura 4.21 mostra o comportamento do fluxo de calor ao longo da distância axial da tubeira II de Howell *et al.* (1965a) para todas as malhas descritas na Tabela 4.3. Todas as soluções apresentaram um comportamento relativamente semelhante, porém nas malhas mais grossas ocorrem desvios de comportamento em relação à malha mais fina. Nas malhas mais grossas ocorrem eventuais mudanças bruscas, que parecem corrigir um desvio de comportamento em relação à malha mais fina.

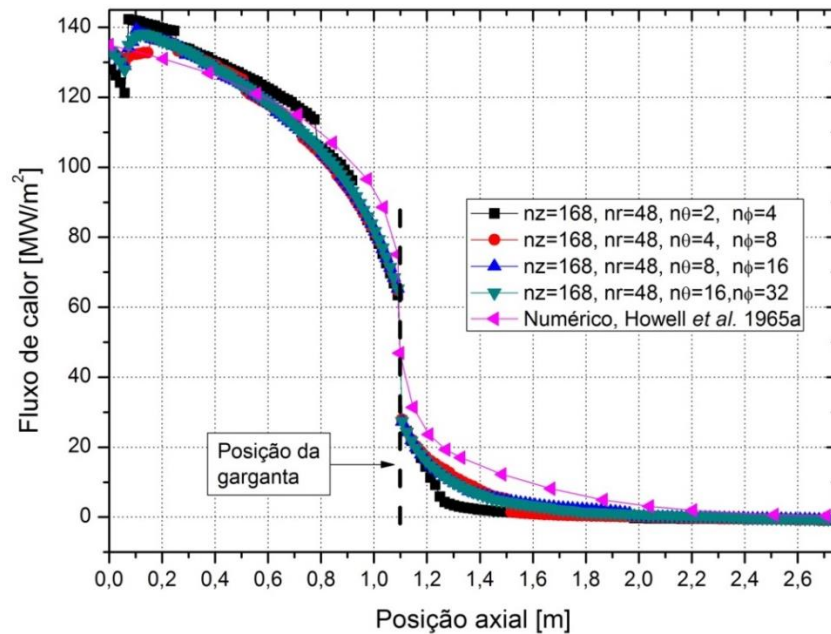
Na Figura 4.21 e nas próximas duas figuras se nota uma alteração drástica no fluxo de calor obtido com o Mach2D e que não ocorre nos resultados de referência. Tal alteração aparece logo no início da seção convergente e coincide com a posição onde ocorre a união entre a pequena seção cilíndrica e a seção em forma de tronco de cone. Antes de investigar este fenômeno, porém, será feita a análise dos resultados nas diversas malhas.



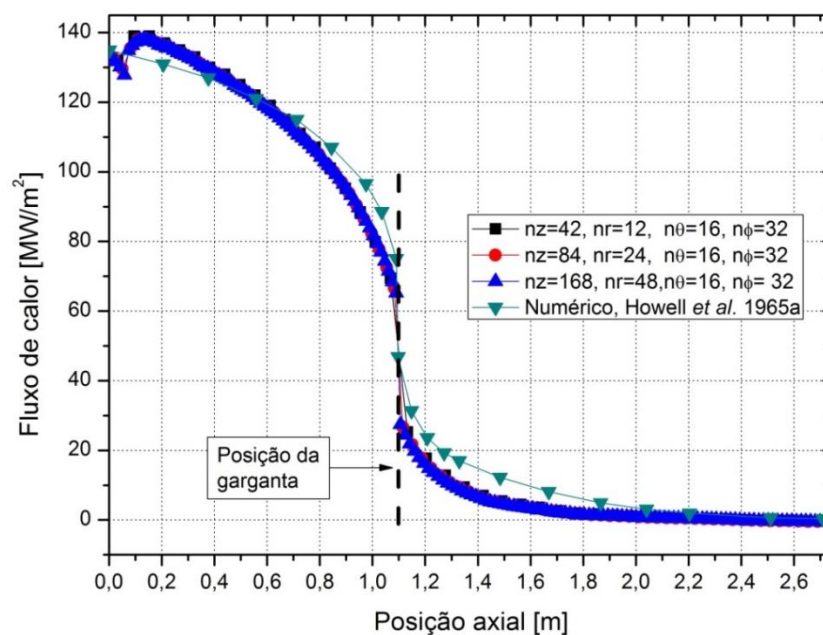
**Figura 4.21** Fluxo de calor ao longo da distância axial da tubeira II descrita em Howell *et al.* (1965a).

Apesar de incluir a solução de referência e apresentar a totalidade dos resultados numéricos, os dados aparecem sobrepostos na Figura 4.21, de modo que é difícil distinguir a influência do refinamento da malha, seja no espaço seja no número de raios. Por isso foi gerada a Figura 4.22, construída apenas com as malhas de discretização mais refinada no espaço e que mostra as soluções com diferente número de raios.

De forma similar foi gerada a Figura 4.23, onde apenas malhas com discretização angular mais refinada são apresentadas e observam-se os resultados para as diferentes discretizações espaciais. Em todas as três figuras supracitadas foram acrescentados os resultados numéricos obtidos por Howell *et al.* (1965a) para comparação com os resultados obtidos utilizando o Mach2D 6.3.



**Figura 4.22:** Fluxo de calor em função da posição axial para a tubeira II, fixando a discretização espacial e variando o número de raios.

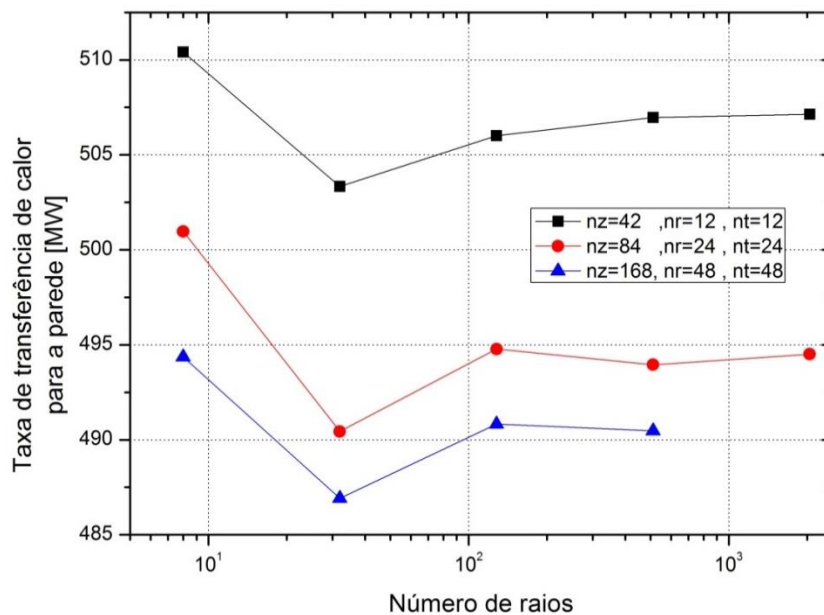


**Figura 4.23:** Fluxo de calor em função da posição axial para a tubeira II, fixando o número de raios e variando a discretização espacial.

Na Figura 4.22 e na Figura 4.23 pode-se observar que o fluxo de calor incidente sobre a parede da tubeira é mais influenciado pela discretização angular que pela discretização espacial, pelo menos considerando a combinação de valores escolhidos para o número de volumes nas três dimensões e os números de raios nas direções polar e azimutal.

Essa constatação não demonstra que o problema é mais sensível à discretização angular que à discretização espacial, mas sim que parece haver uma quantidade mínima de raios por elemento de área em relação ao número de elementos de volume que produz resultados de boa qualidade. Por essa razão recomenda-se sempre que o problema seja resolvido em várias malhas, tantas quanto for possível ou viável. Este tipo de análise permitirá reconhecer a quantidade de raios mais adequada para uma determinada discretização espacial.

Referente à taxa de transferência de calor pode-se ver na Figura 4.24 que discretizações angulares com mais de 128 raios por elemento de área produzem valores semelhantes entre si, com diferença relativa de 2%. Em relação à discretização espacial, observa na Figura 4.25 que uma malha limite não foi atingida, sendo necessárias discretizações mais refinadas no espaço.



**Figura 4.24:** Taxa de transferência de calor em função do número de raios.

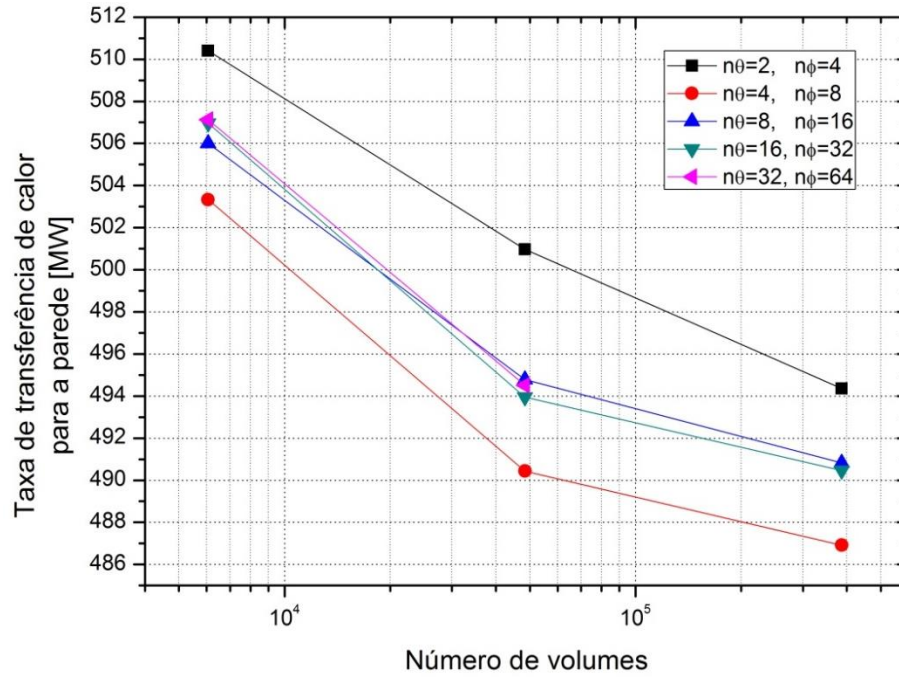


Figura 4.25: Taxa de transferência de calor em função do número de volumes.

O tempo de processamento deste problema pode ser visualizado na Figura 4.26. Para que essa informação seja apreciável, vide as especificações do *software* e *hardware* utilizados nas simulações deste problema. As especificações podem ser encontradas no início do capítulo 4.

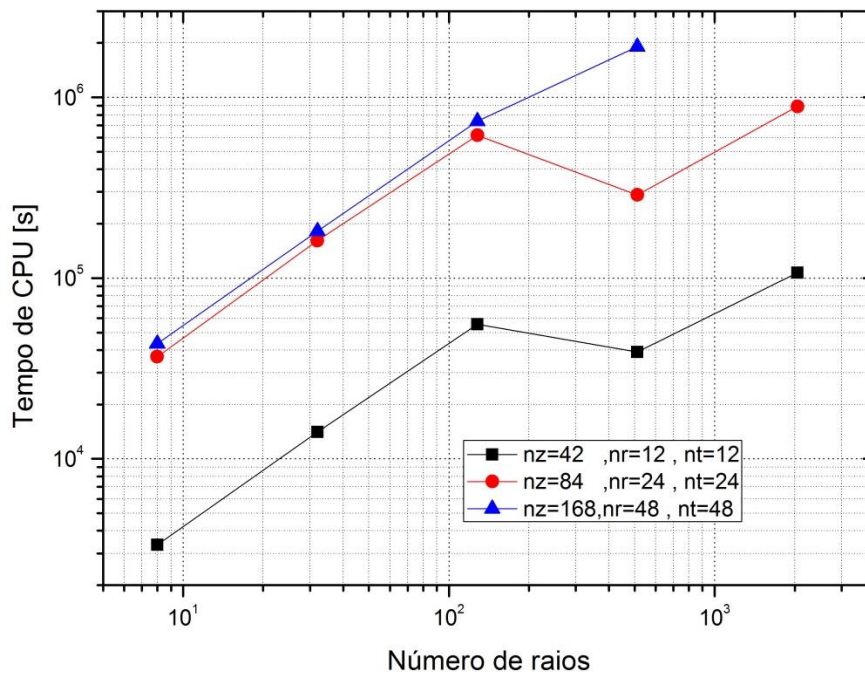


Figura 4.26: Tempo de processamento em função do número de raios.

Voltando à comparação entre os resultados numéricos obtidos na malha mais refinada com os da solução de referência, nota-se que em ambos a maior parcela do fluxo de calor devido à radiação se concentra na porção convergente da tubeira. Este comportamento está de acordo com a teoria descrita em Sutton e Biblarz (2010, p.289).

Conforme Howell *et al.* (1965a) concluíram em seu estudo, dois são os motivos que explicam este efeito: o primeiro é o escoamento bloqueado gerado pela grande diferença de pressão entre as seções de admissão e descarga da tubeira e a restrição provocada pela garganta. O segundo é devido ao efeito de barreira, também gerado pela geometria do domínio.

O efeito do bloqueio do escoamento ocorre porque à montante da garganta o escoamento se encontra em elevada pressão, propiciando um elevado coeficiente de absorção para o hidrogênio. À medida que o hidrogênio expande ao passar pela garganta e pela seção divergente, parte da sua energia térmica é convertida em energia cinética, reduzindo substancialmente a pressão, a temperatura e consequentemente o coeficiente de absorção nesta porção.

Já o efeito de barreira ocorre porque a parede da câmara de empuxo constitui uma superfície física opaca, impedindo que a maior parte da radiação emitida na seção convergente atinja a seção divergente, contribuindo assim para o aprisionamento da radiação na seção convergente e câmara de combustão.

Neste ponto será retomada a análise da mudança drástica no comportamento do fluxo de calor observado na Figura 4.21, na região próxima ao início da tubeira e que não aparece nos resultados de Howell *et al.* (1965a). Como este foi o primeiro problema simulado com o Mach2D 6.3, considerou-se a hipótese de um erro no acoplamento do MTD com o Mach2D. Para testar esta hipótese utilizou-se o código DTM\_3D\_Axisymmetric1.1, suficientemente testado nos problemas modelo das cavidades cilíndrica e trono-cônica anteriormente descritos. O mesmo comportamento foi encontrado quando a geometria da tubeira II foi testada no DTM\_3D\_Axisymmetric1.1 com diversos valores de  $\kappa$ , mesmo quando o meio físico dentro da tubeira foi considerado como não participante (*i.e.* coeficiente de absorção nulo).

Uma explicação para este comportamento aparentemente anômalo é a orientação da superfície da seção tronco-cônica em relação à seção cilíndrica. A porção convergente fica posicionada em um ângulo mais favorável à incidência da radiação proveniente da seção de admissão.



Para testar esta hipótese optou-se por estudar a tubeira I de Howell *et al.* (1965a, 1965b), que possui geometria quase idêntica à tubeira II, exceto pelo diâmetro de garganta, que é maior. A vantagem em estudar a tubeira I e não a II é que há uma solução em Howell *et al.* (1965b) e que inclui também uma solução reportada por Robbins (1961), considerando apenas a troca de calor entre as paredes da tubeira, ou seja, o meio é considerado não participante. Nesta tubeira as condições de contorno são diferentes, porém proporcionais às aquelas descritas na Figura 4.20, exceto a emissividade das paredes que também é unitária.

No primeiro caso analisado em Howell *et al.* (1965b), a geometria da tubeira I de Howell *et al.* (1965a) aparece simplificada, sem a sua porção divergente, ou seja, a nova geometria se estende de  $z = 0 \text{ m}$  até a garganta,  $z = 1,09728 \text{ m}$ . Desta forma a área da garganta compõe uma das superfícies da fronteira do domínio e sua temperatura é assumida como sendo nula. No presente trabalho a pequena seção cilíndrica próxima à entrada da tubeira foi mantida em uma primeira simulação, pois é exatamente na junção com a seção convergente que se observou a mudança de comportamento do fluxo de calor conforme já mencionado. O domínio e condições de contorno estão mostrados na Figura 4.27a.

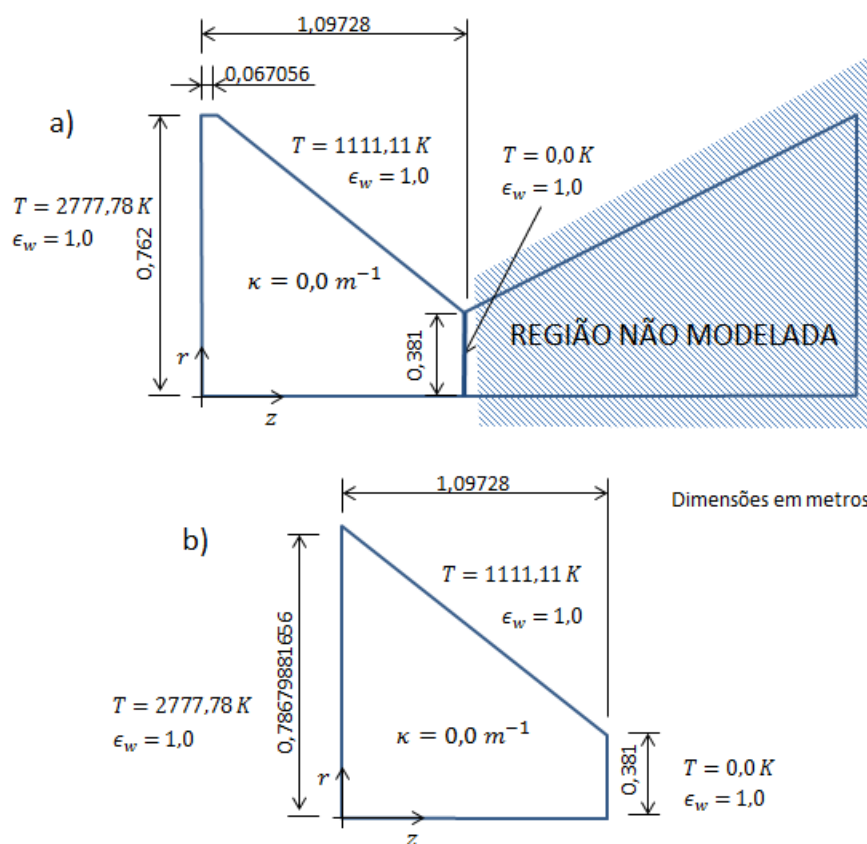
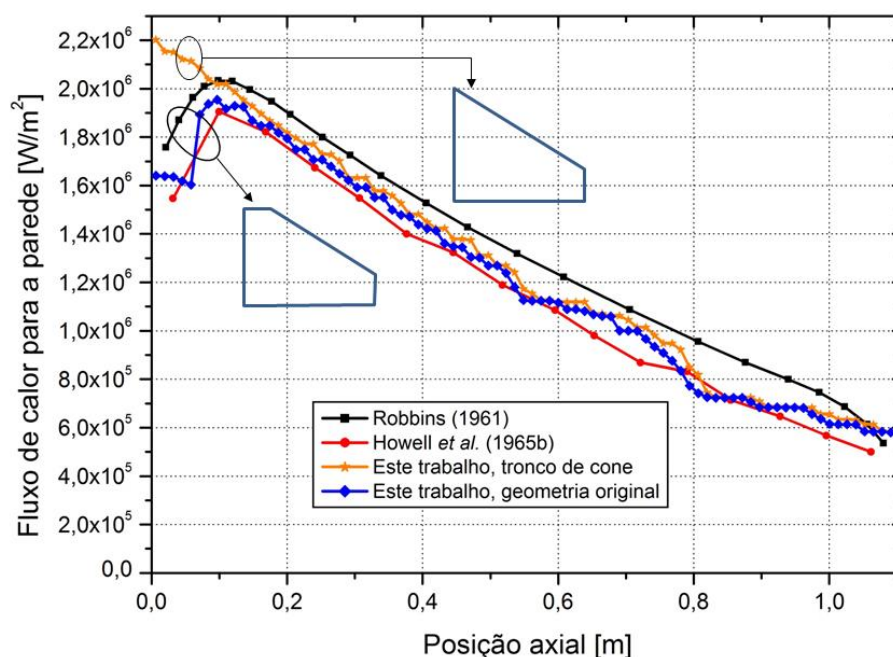


Figura 4.27: Geometria alternativa da tubeira I para análise do fluxo de calor.

Para confrontar os resultados da primeira simulação descrita acima, foi conduzida uma segunda simulação, desta vez considerando que não há seção cilíndrica no início do domínio (geometria mostrada na Figura 4.27b). Os resultados de ambas aparecem na Figura 4.28 e observa-se que na geometria tronco-cônica não ocorre a variação drástica no fluxo de calor, ao contrário dos resultados onde há a seção cilíndrica.



**Figura 4.28:** Fluxo de calor considerando apenas a seção convergente da tubeira I e comparação com uma geometria tronco-cônica de dimensões similares.

Vale ressaltar que esta segunda simulação preservou todas as demais dimensões do domínio e apenas o diâmetro da área circular em  $z = 0 \text{ m}$  foi aumentado de 0,762 para 0,786799 m a fim de formar o tronco de cone da segunda simulação.

Também na Figura 4.28, observam-se os dois resultados de referência, o primeiro obtido em Robbins (1961) e o segundo em Howell *et al.* (1965b) referentes à mesma geometria e condições de contorno. Observa-se que os resultados obtidos com o DTM\_3D\_Axisymmetric1.1 apresentam comportamento similar àqueles obtidos nos artigos de referência e são similares ao obtido pelo o Mach2D 6.3 referente à tubeira II, exceto pela sua magnitude, proporcional às temperaturas das superfícies. Nas simulações da Figura 4.28 utilizou-se  $n_z = 75, n_r = n_t = 35, n_\theta = 20, n_\phi = 16$ , mas mesmo malhas mais grossas já mostravam a alteração de fluxo na transição entre o cilindro e o tronco de cone.

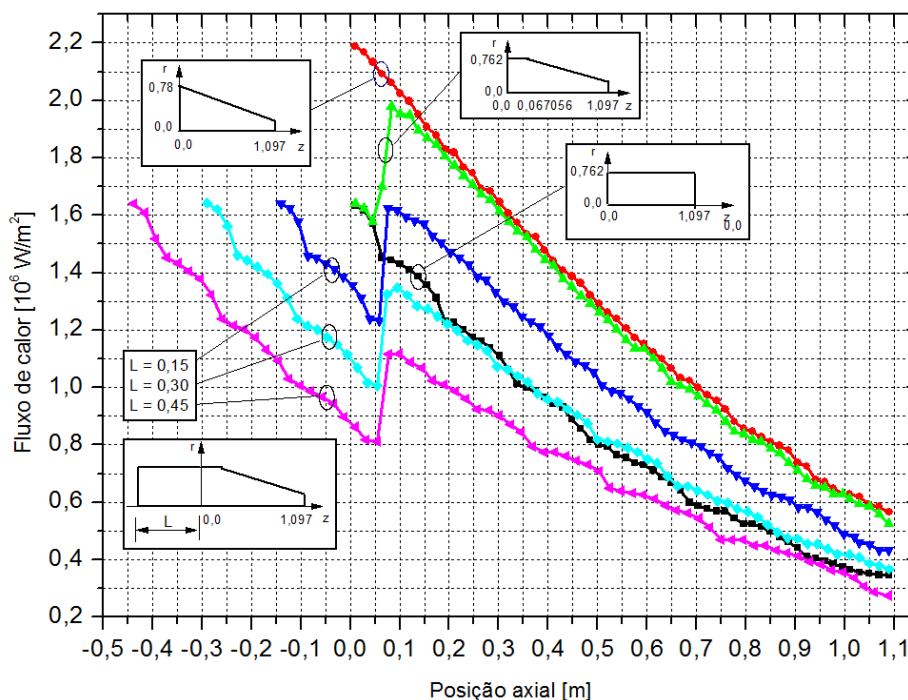
A simplificação para geometria tronco-cônica e o fato do meio ser modelado como não participante permitem que uma solução analítica utilizando fatores de forma seja obtida



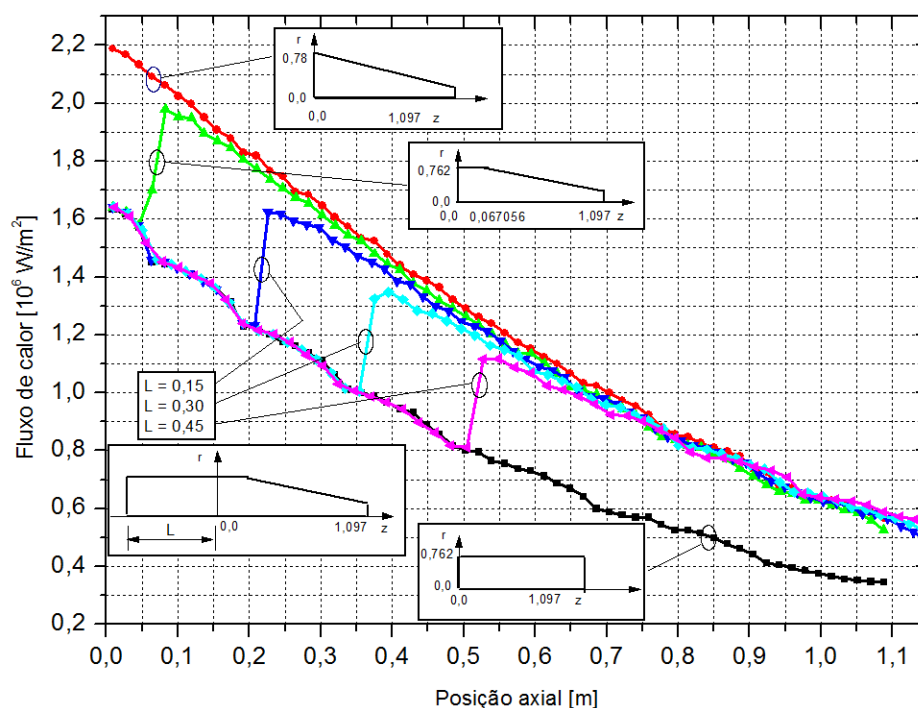
para a taxa de transferência de calor na geometria tronco-cônica. Para as temperaturas descritas na Figura 4.27b encontrou-se o valor analítico de 6.018.254 W para a taxa de transferência de calor para a área lateral do tronco de cone, sendo que o valor numérico obtido foi 5.909.486 W, ou seja, 1,9% menor que o valor analítico.

Um último conjunto de simulações ainda foi conduzido para caracterizar o comportamento do fluxo de calor na transição entre a geometria cilíndrica e a tronco-cônica. Foram simulados em sequência: geometria da tubeira I, geometria tronco-cônica (na posição da seção cilíndrica a geometria se estende formando o tronco de cone), um cilindro com raio equivalente ao raio da seção cilíndrica da tubeira I e três geometrias semelhantes à da tubeira I, porém com comprimento da seção cilíndrica aumentado em 0,15 m, 0,3 m e 0,45 m. As três últimas incluídas a fim de verificar a influência do afastamento da área onde a temperatura é mais elevada e como fica afetada a taxa de transferência de calor para a área lateral das formas testadas.

Os resultados estão mostrados na Figura 4.29 e na Figura 4.30, cuja diferença é apenas o valor de referência da abscissa: no primeiro caso na posição  $z = 0$  m da geometria do problema original e no outro, na fronteira à esquerda do domínio.



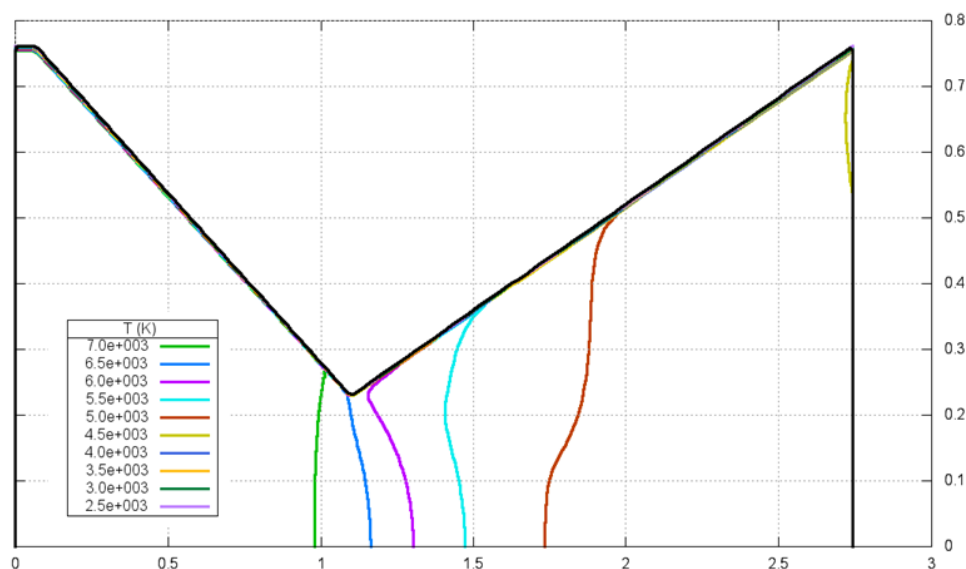
**Figura 4.29. Fluxo de calor para teste de formas considerando seção de admissão da tubeira I como referencial.**



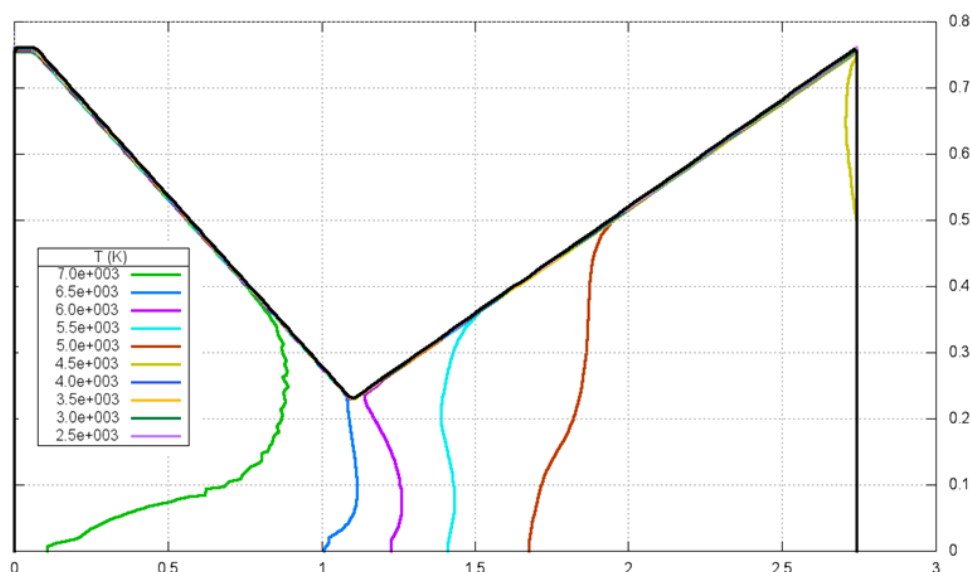
**Figura 4.30. Fluxo de calor para teste de formas considerando o contorno esquerdo do domínio como referencial.**

Conclui-se que a alteração do comportamento do fluxo de calor encontrada na transição entre o cilindro e o tronco de cone é coerente fisicamente e o Mach2D 6.3 foi capaz de revelar este comportamento não antecipado quando da formulação do problema.

Na Figura 4.31 e na Figura 4.32 são apresentados os perfis de temperatura dentro da tubeira II sem considerar a radiação térmica e considerando a radiação térmica.



**Figura 4.31: Perfil de temperatura sem considerar a radiação térmica.**



**Figura 4.32: Perfil de temperatura considerando a radiação térmica.**

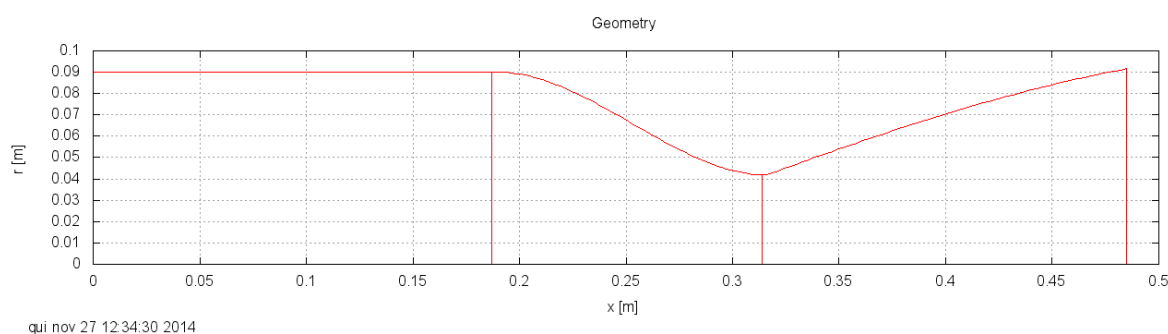
Observa-se que, quando a radiação é considerada, aparece uma região de formato cônico próxima ao eixo de simetria onde ocorrem temperaturas mais baixas em relação às da simulação sem considerar a radiação. A geometria desta região sugere que uma parcela da energia térmica dentro da câmara de combustão é transferida por radiação para fora da tubeira para a pluma de exaustão.

Por último foi feita a análise do efeito da inclusão da radiação térmica sobre o empuxo da tubeira no vácuo para a malha mais refinada no espaço. Sem considerar a radiação o valor obtido foi 3053,9259 kN e com a radiação 3061,5595 kN, portanto a inclusão da radiação provocou um resultado 0,25% maior em relação à solução quase unidimensional. Proporções similares foram encontradas para o fluxo de massa, velocidade efetiva e impulso específico no vácuo.

#### 4.5 SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA CÂMARA DE EMPUXO DO MOTOR L-15

A segunda simulação envolvendo câmaras de empuxo é relativa ao motor de combustível líquido L-15, projetado e construído pelo Instituto de Aeronáutica e Espaço IAE. Este motor é o segundo motor de propelente líquido projetado e construído no Brasil e uma de suas versões utiliza refrigeração regenerativa.

A geometria interna da câmara de empuxo do motor L-15 foi obtida indiretamente em Ferreira (2009) e representada dividida em três seções na Figura 4.33: seção cilíndrica, que compõe a câmara de combustão e as seções convergente e divergente que compõem a tubeira. A placa injetora situa-se na posição da abscissa  $x = 0\text{ m}$ .



**Figura 4.33. Geometria interna do motor L-15.**

Os dados operacionais deste motor foram obtidos em Torres *et al.* (2009) e estão reproduzidos na Tabela 4.4. Como a geometria completa da câmara de empuxo foi obtida, a superfície da seção de entrada é a superfície da placa injetora. A temperatura da placa injetora não é fornecida na bibliografia disponível, por isso assumiu-se como sendo igual à temperatura de chama adiabática, apesar de ser conhecido que a placa injetora é refrigerada internamente pelos propelentes e por isso deve operar em uma temperatura inferior à da chama adiabática. Da mesma forma a temperatura interna da parede da câmara de empuxo não é fornecida na bibliografia, por isso usou-se o valor constante de 973 K (700 °C).

Para obter as propriedades físicas da mistura de gases formados na combustão do etanol (a 300 K) e oxigênio líquido (a 90 K) na pressão de operação informada, utilizou-se o programa *Chemical Equilibrium Composition and Applications* CEA (MCBRIDE e GORDON, 1994, 1996). Os resultados estão citados na Tabela 4.5 e foram obtidos usando a

opção escoamento congelado. Espécies químicas que apresentaram frações molares inferiores a 0,1 foram desconsideradas.

**Tabela 4.4: Dados operacionais do motor L15.**

Característica	Valor e unidade de medida
Empuxo no vácuo	15 kN
Propelentes	C <sub>2</sub> H <sub>5</sub> OH / LOX
Pressão na câmara de combustão	1,65 MPa (16,5 bar)
Vazão mássica	6,37 kg/s
Razão de mistura (OF)	1,58
Impulso específico	240 s
Velocidade característica	1421 m/s
Razão de expansão de áreas	4,8 [encontrado 4,8063 em Ferreira (2009)]
Temperatura da parede	973 K *
Temperatura da placa injetora	3213,23 K *

\* Valores assumidos pelo autor.

**Tabela 4.5: Resultados obtidos com o programa CEA para o motor L15.**

Propriedade	Valor e unidade de medida
Temperatura de chama adiabática	3213,23 K
Massa específica	1,3927 kg/m <sup>3</sup>
Massa molecular dos produtos de combustão	22,550 g/mol
Calor específico à pressão constante	2205,3 J/(kg K)
Constante do gás	368,7097 J/(kg K) *
Razão de calores específicos	1,2008
Coefficiente de empuxo	1,4766
Velocidade característica	1677,2 m/s
Fração molar de H <sub>2</sub> O	0,44802
Fração molar de CO	0,22956
Fração molar de CO <sub>2</sub>	0,14987

\* Valor calculado com a equação de estado, Eq. (3.5).

Com os dados da Tabela 4.4 e da Tabela 4.5 foram formuladas simulações em diversas malhas, conforme a metodologia adotada nos problemas estudados anteriormente. As malhas estudadas estão relacionadas na Tabela 4.6. Nestas simulações o calor específico, razão de

calores específicos e constante do gás foram assumidos como constante. O coeficiente de absorção foi mantido constante e com valor  $1,0 \text{ m}^{-1}$ .

**Tabela 4.6: Malhas utilizadas nas simulações do motor-foguete L-15**

	nz=24, nr=12	nz=48, nr=24	nz=96, nr=48
	nvol=3456	nvol=27648	nvol=221184
n $\theta$ =2, n $\varphi$ =4 nraios=8	DE1_DA1	DE2_DA1	DE3_DA1
n $\theta$ =4, n $\varphi$ =8 nraios=32	DE1_DA2	DE2_DA2	DE3_DA2
n $\theta$ =8, $\varphi$ =16 nraios=128	DE1_DA3	DE2_DA3	DE3_DA3
n $\theta$ =16, n $\varphi$ =32 nraios=512	DE1_DA4	DE2_DA4	DE3_DA4

\* “nz”: número de elementos de volume na direção axial, “nr”: número de elementos de volume na direção radial, “nraios”: número de raios por elemento de área da fronteira e “nvol”: número de elementos de volume da malha;

\*\* Para a discretização na direção tangencial “nt” empregou-se o mesmo número de volumes da direção radial “nr”, de forma que  $nvol = nz \cdot nr \cdot nt = nz \cdot nr^2$ .

A primeira variável a ser analisada é o fluxo de calor ao longo do comprimento axial da câmara de empuxo. A Figura 4.34 mostra o comportamento do fluxo de calor radiativo de todas as malhas simuladas. Desvios consideráveis e em alguns casos sem sentido físico podem ser observados. Entretanto eles só ocorrem em malhas com menos de 128 raios por elemento de área ( $n\theta = 8$ ,  $n\varphi = 16$ ).

Observa-se que as malhas mais refinadas, principalmente em relação ao número de raios, apresentam comportamento suficientemente similar, indicando que a malha mais refinada de todas é apropriada para representar o perfil do fluxo de calor radiativo ao longo da posição axial, pelo menos para o caso onde o coeficiente é assumido como constante e com as temperaturas da placa injetora e da parede especificadas. Nesta malha, à medida que se distancia da seção de entrada, o fluxo se reduz até atingir a seção convergente onde aumenta sutilmente para depois se reduzir nas proximidades da garganta e da seção divergente.

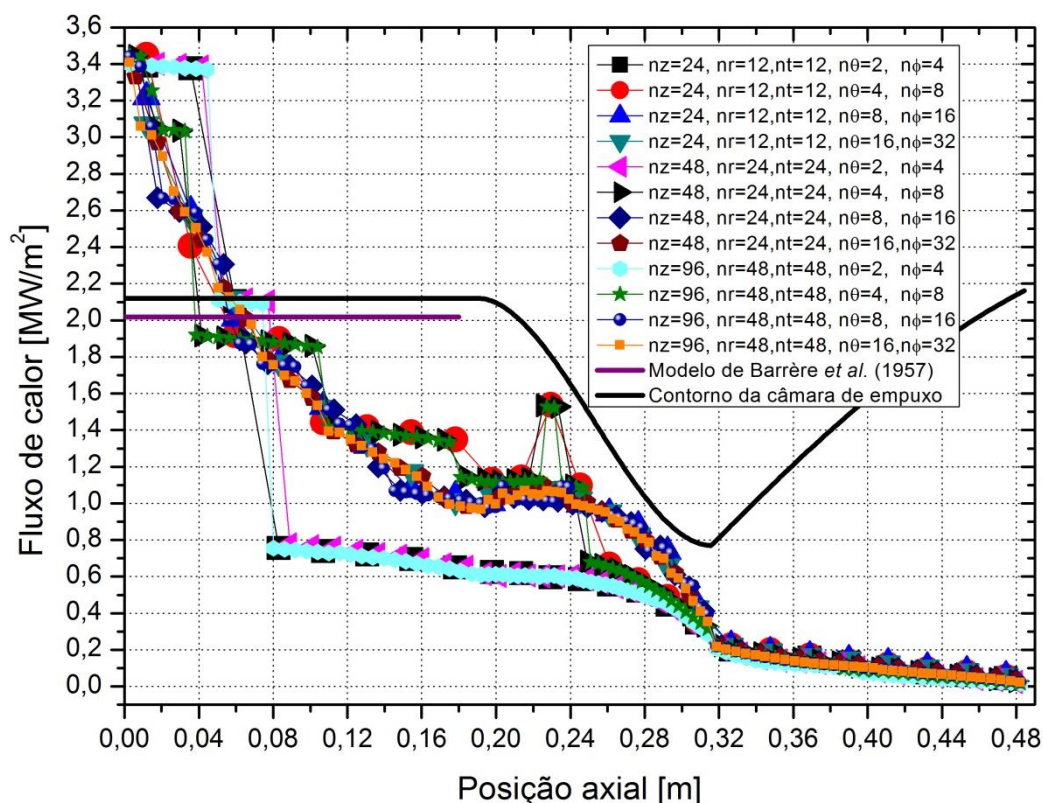


Figura 4.34: Fluxo de calor radiativo em função da posição axial do motor L-15.

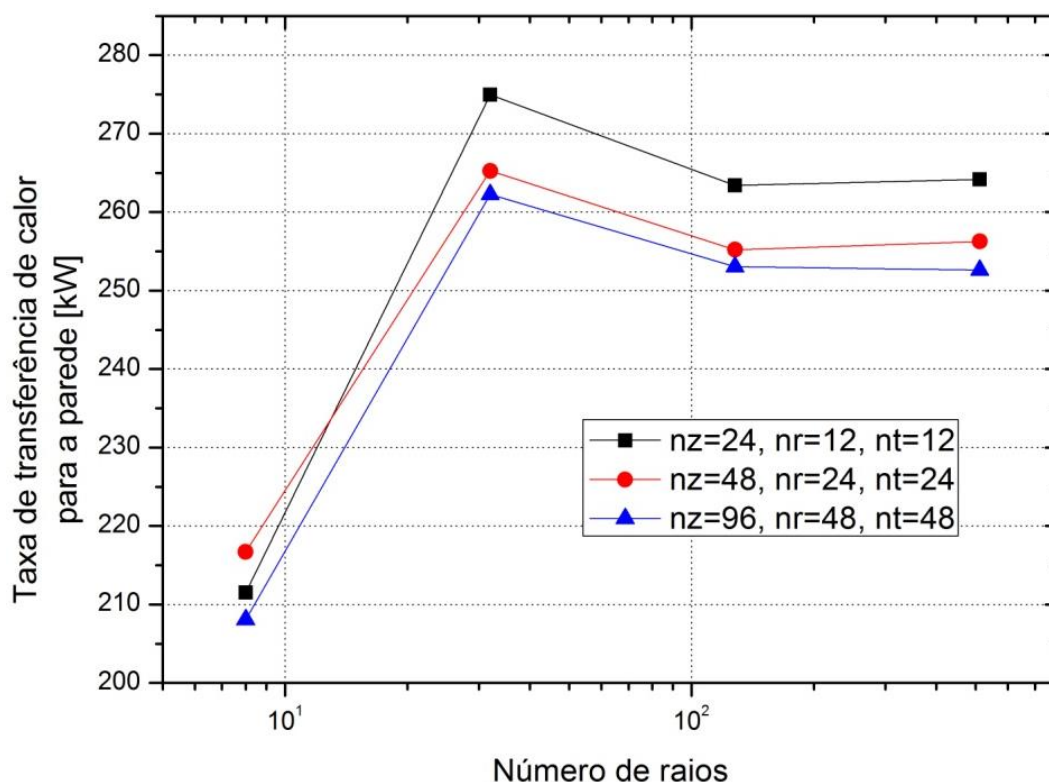
Conhecidas as frações molares (consequentemente as frações mássicas) das espécies químicas participantes e a pressão da câmara de combustão foi possível obter as pressões parciais de cada espécie química. Consequentemente as relações apresentadas em Barrère *et al.* (1957, p.161-162), Eqs. (1.3) a (1.5) podem ser usadas para estimar o fluxo de calor radiativo em função da pressão local, do raio da câmara de combustão e considerando a temperatura na câmara de combustão igual à temperatura de chama adiabática.

Para a seção cilíndrica da câmara de combustão, onde a espessura (raio da câmara) é constante e a pressão varia muito pouco, assim como a temperatura da mistura, o fluxo obtido resultou  $2017,826 \text{ kW/m}^2$ . Este resultado foi inserido na Figura 4.34, juntamente com o fluxo de calor obtido com a versão 6.3 do Mach2D para as diversas malhas.

Apesar dos resultados numéricos, na região da seção cilíndrica, serem em média próximos do valor calculado com o modelo de Barrère *et al.* (1957), deve-se lembrar de que a temperatura da placa injetora foi superestimada, de modo que valores menores para o fluxo de calor são esperados nas proximidades da placa injetora de um motor real. Neste caso o coeficiente de absorção constante utilizado nas simulações pode estar ligeiramente subestimado considerando-se a região da seção cilíndrica onde a pressão e a temperatura são elevadas.

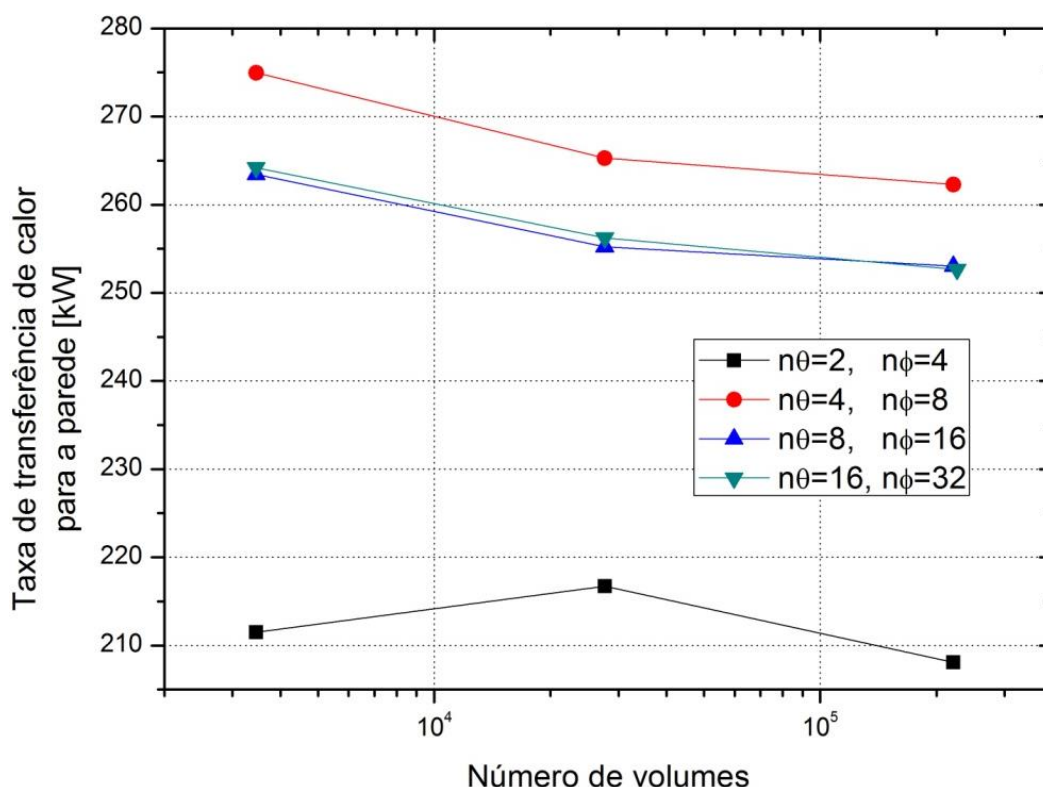
Testes com valores de  $\kappa$  relativamente pequenos como o utilizado nesta simulação são importantes, pois quanto menos participante é o meio físico (*i.e.* menor o coeficiente de absorção) maior é a influência de regiões distantes sobre uma região qualquer do domínio. Isto faz com que a solução necessite de malhas mais refinadas no espaço e no número de raios para representar bem essas influências de regiões distantes.

A próxima variável estudada foi a taxa de transferência de calor para a parede da câmara de empuxo. Observa-se na Figura 4.35 que mais de 128 raios por elemento de área não produzem variação significativa para esta variável. Já na Figura 4.36 podem-se observar variações da ordem de 10% para a taxa de transferência de calor quando avaliada usando diferente número de volumes. Observa-se que malhas mais refinadas nas direções espaciais são necessárias para uma estimativa apropriada para esta variável.



**Figura 4.35:** Taxa de transferência de calor em função do número de raios para a parede da câmara de empuxo do motor L-15.





**Figura 4.36:** Taxa de transferência de calor em função do número de volumes para a parede da câmara de empuxo do motor L-15.

Outra variável analisada foi o tempo de processamento ou tempo de CPU. Pode-se ver na Figura 4.37 que esta variável apresenta um comportamento logarítmico em relação ao número de raios usados por elemento de área. Os mesmos resultados aparecem na Figura 4.38 que mostra como o tempo de CPU varia com o número de volumes. Nesta figura também foram incluídos os dados das simulações sem utilizar o modelo radiativo, ou seja, apenas o escoamento do fluido conforme o modelo monoespécie de propriedades constantes.

É possível notar que o tempo de CPU aumenta aproximadamente duas ordens de magnitude quando o modelo radiativo é habilitado e é usada a discretização angular mais pobre. Entretanto em comparação com as discretizações angulares mais refinadas, um acréscimo menor de tempo de processamento é requerido, mesmo assim observa-se que o tempo de processamento aumenta mais de três ordens de magnitude quando o modelo da radiação térmica é acoplado ao problema de dinâmica dos fluidos.

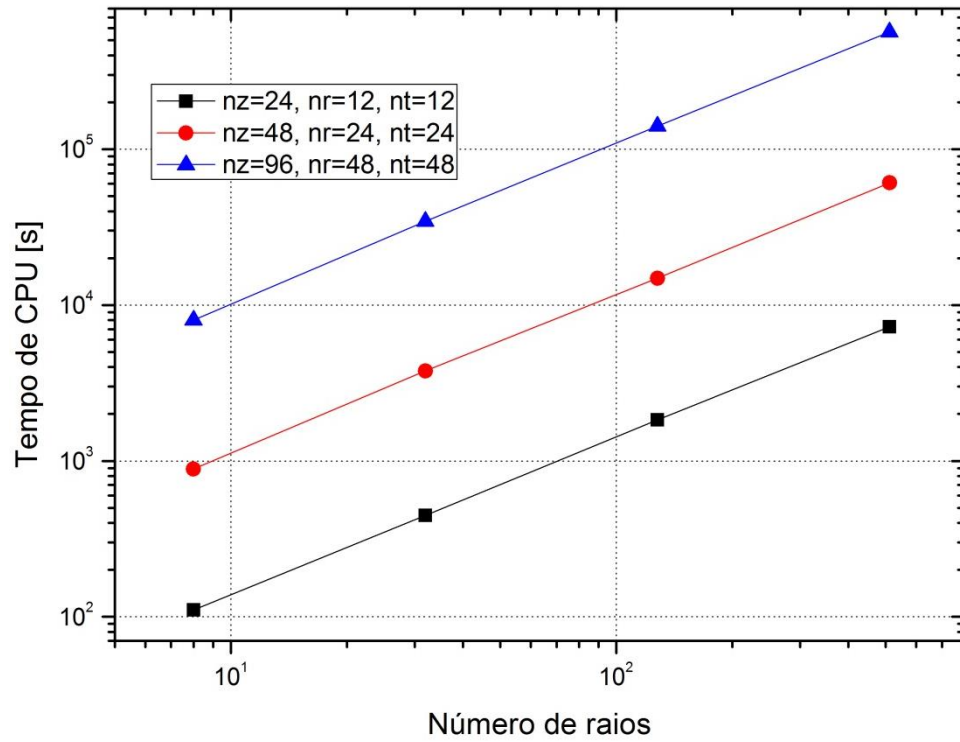


Figura 4.37: Tempo de CPU em função do número de raios para o motor L-15.

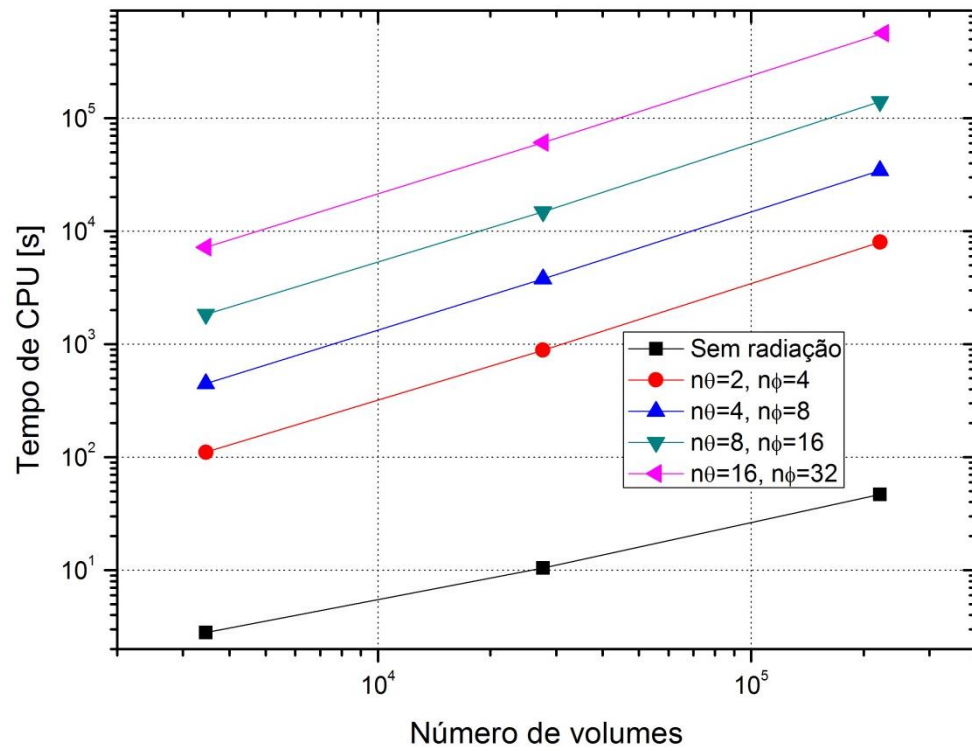
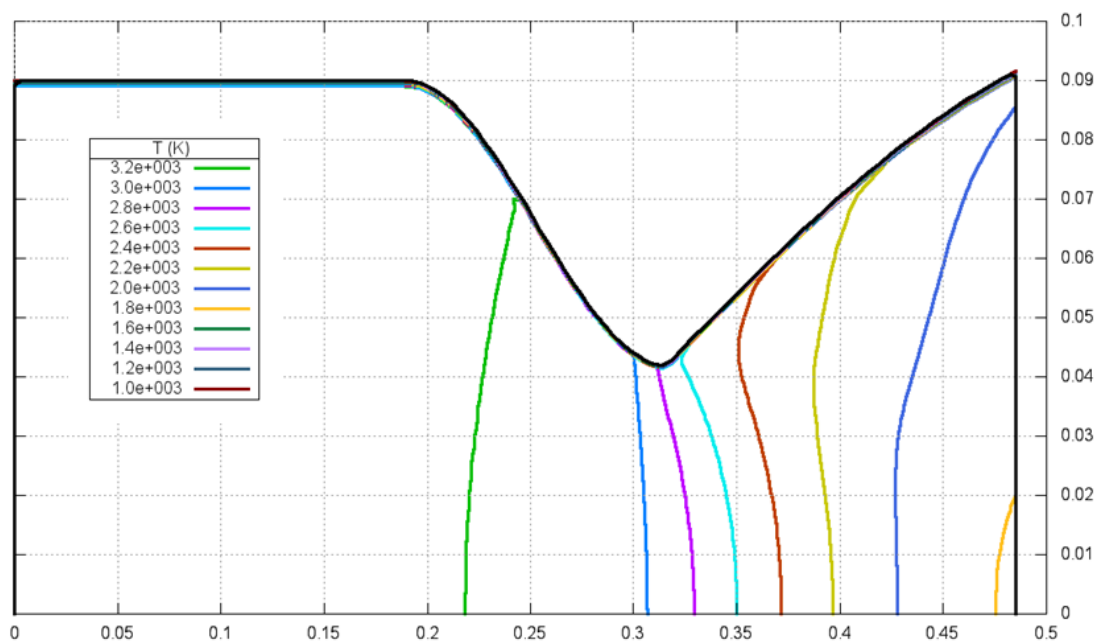
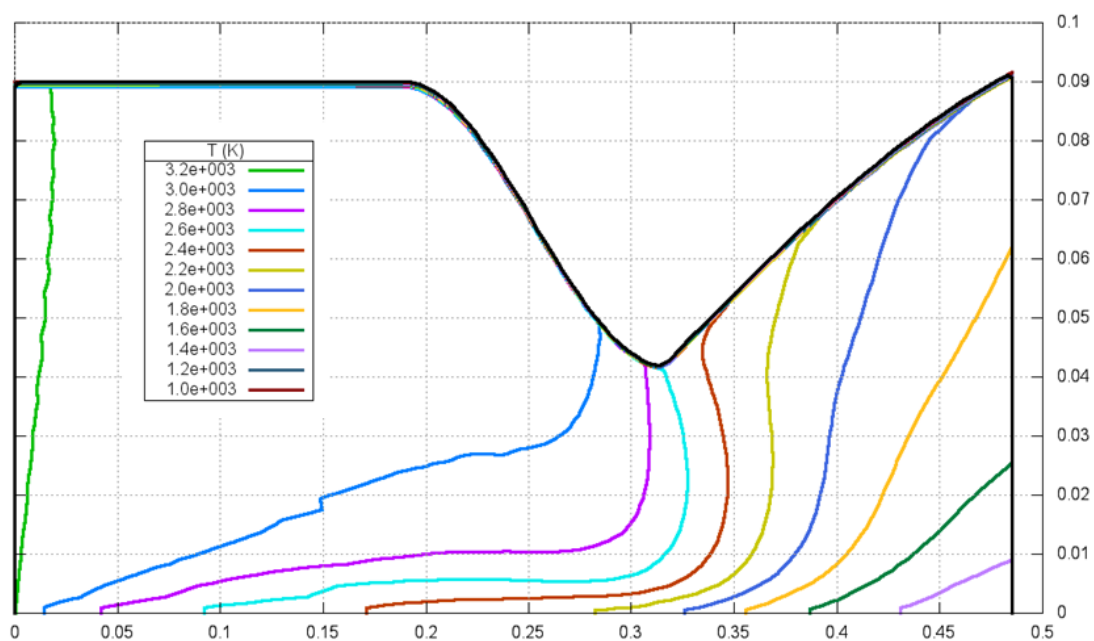


Figura 4.38: Tempo de CPU em função do número de volumes para o motor L-15.

Outro aspecto analisado foi a mudança do campo de temperatura quando se considera a TCR. Na Figura 4.39 é apresentado o campo de temperaturas da solução do problema sem considerar a radiação térmica. Quando a radiação é acoplada as isoterms aparecem deslocadas na direção da seção de entrada, conforme mostrado na Figura 4.40.



**Figura 4.39: Isotermas no motor L-15 sem considerar a radiação.**



**Figura 4.40: Isotermas no motor L-15 considerando a radiação.**

A legenda de ambas as figuras traz a temperatura em kelvins e em notação científica. A abcissa e a ordenada trazem as dimensões do motor em metros.

De forma semelhante ao problema analisado na seção anterior, as isotermas mostram que se forma uma região mais fria de formato ligeiramente cônico nas imediações da garganta, dentro da câmara de combustão.

Em seus estudos de erros numéricos utilizando o Mach2D versão 6.2, Araki (2007, p. 173), recomenda para aplicações gerais, malhas de 80 volumes na direção axial e 24 volumes na direção radial. Observando a semelhança das geometrias, propriedades do fluido e condições de contorno estudadas no presente trabalho e em Araki (2007), pode-se recomendar que a inclusão da radiação térmica não requer malhas mais refinadas que as sugeridas por Araki (2007), porém deve-se utilizar discretizações angulares com mais de 512 raios ou, no mínimo 128 raios, quando o tempo de CPU seja um fator limitador.

Um último parâmetro analisado foi o empuxo no vácuo. Na solução da malha mais refinada no espaço, este parâmetro resultou 15082,9 N quando a radiação térmica não era considerada. Já na solução considerando a radiação térmica seu valor aumentou para 15094,5 N, portanto um valor 0,076 maior. Proporções não superiores a 3% foram obtidas para uma análise similar com o fluxo de massa, velocidade característica e impulso específico no vácuo.

## 5 CONCLUSÃO

Este capítulo apresenta um resumo das conclusões e contribuições deste trabalho. Também são citadas algumas sugestões para trabalhos posteriores.

### 5.1 CONSTATAÇÕES GERAIS

Neste trabalho o Método da Transferência Discreta foi implementado e testado por meio de três problemas modelo extraídos da literatura e dois problemas envolvendo motores-foguete. A implementação foi feita em linguagem FORTRAN95 e na forma de módulo, a fim de ser usado em dois programas: o DTM\_3D\_Axisymmetric1.1, escrito para testar os três problemas modelo e o Mach2D 6.3, onde a TCR é considerada por meio da adição de um termo fonte radiativo na equação da energia.

Os três problemas modelo testados possibilitaram a validação do DTM\_3D\_Axisymmetric1.1 e consequentemente do módulo 'rht', posteriormente utilizado na formulação da versão 6.3 do Mach2D.

Os resultados obtidos para os dois primeiros problemas modelo permitiram verificar que há influência da malha sobre os resultados, especialmente referente aos fluxos de calor médio e na posição central da superfície que forma a área lateral da geometria axissimétrica. Já a taxa de transferência de calor mostrou ser menos dependente da malha, especialmente da discretização angular, apesar de que ainda se recomenda que sejam usados entre 128 e 500 raios por elemento de área para problemas semelhantes.

A discretização espacial influenciou os resultados obtidos apesar do interior do domínio ser considerado homogêneo (*i.e.* temperatura constante). Observou-se que malhas com mais de 10.000 elementos de volume não mostram variação dos resultados. Entretanto esta quantidade de volumes é consideravelmente maior que as utilizadas em vários artigos científicos sobre radiação em meio participante.

Este e todos os demais problemas analisados permitiram observar, embora não explicar de forma satisfatória, que há uma relação entre o número de volumes utilizado na discretização espacial e o número de raios utilizados na discretização angular. Sempre que a

malha foi refinada nas direções espaciais, observou-se perda da qualidade dos resultados numéricos em relação ao artigo de referência e esta perda de qualidade só era compensada em simulações em outras malhas que utilizavam mais raios por elemento de área.

O terceiro problema modelo possibilitou testar um caso onde as paredes da cavidade são cinza e um procedimento iterativo é necessário. Neste problema apenas a discretização espacial foi estudada e encontrou-se que mais de 128 raios por elemento de área não melhoram significativamente os resultados.

Conforme já mencionado, após algumas modificações feitas no programa Mach2D 6.3 foram conduzidas simulações numéricas de escoamentos em dois motores foguete considerando os efeitos da radiação térmica. O primeiro caso estudado é um motor teórico cujo fluido de trabalho é o hidrogênio diatômico e o artigo de referência traz uma solução numérica e os dados que possibilitaram sua reprodução. Já o segundo não possui solução de referência e trata-se de um motor foguete brasileiro, cujo par propelente é o etanol e o oxigênio líquido.

No primeiro caso, os resultados obtidos com o Mach2D 6.3 para a tubeira II de Howell *et al.* (1965a) se mostraram ligeiramente diferentes dos resultados de referência, apesar de o comportamento do fluxo de calor ao longo da parede da tubeira ser semelhante. Esta diferença foi atribuída às diferenças entre os modelos matemáticos usados no presente trabalho e no trabalho de referência, tanto para modelar o problema de dinâmica dos fluidos como o da radiação térmica.

Entretanto, no presente trabalho foi encontrada uma variação drástica no do fluxo de calor próximo à entrada da tubeira, mais especificamente na posição onde ocorre a união entre a pequena porção de geometria cilíndrica com a porção de geometria cônica, que forma a seção convergente da tubeira. Estudos posteriores confirmaram que a aparente anomalia ocorre e foi atribuída à variação de direção entre essas superfícies em relação à radiação incidente proveniente da seção de entrada da tubeira.

A análise das diversas malhas utilizadas permitiu concluir que malhas com mais de 84 volumes na direção axial, 24 volumes nas direções radial e tangencial e 16 raios na direção polar e 32 na direção azimutal produzem resultados muito semelhantes entre si, não compensando, para aplicações convencionais, um refinamento mais elaborado, pois o tempo de processamento se torna excessivo.

O segundo motor-foguete analisado foi o do motor L-15. O coeficiente de absorção foi considerado constante e o fluxo de calor obtido para toda a extensão da câmara de empuxo. Para este motor verificou-se que o uso de malhas com mais de 48 volumes na direção axial,

24 volumes nas direções radial e axial, 16 raios na direção polar e 32 raios na direção azimutal não produzem resultados significativamente diferentes.

As simulações do L-15 e da tubeira II citada anteriormente permitiram observar a formação de uma região próxima ao eixo de simetria e dentro da seção convergente e câmara de combustão com temperaturas ligeiramente inferiores às respectivas soluções desconsiderando a radiação térmica.

Na literatura especializada comenta-se muito sobre métodos numéricos em TCR que utilizam o processo de traçagem de raios, porém estratégias ou procedimentos em geral não são fornecidos, de forma que no início da implementação do módulo ‘rht’ foram feitas algumas tentativas utilizando conceitos de geometria analítica e álgebra linear, sem sucesso. Um método eficiente e robusto foi encontrado em GEOMETRY Algorithms Home (2013). Tal método foi descrito em detalhes neste trabalho a fim de suprir a lacuna existente na literatura.

Muitas vezes também a literatura não traz informações das unidades de medida de algumas variáveis, o que dificulta a reprodução dos resultados por outros pesquisadores. No presente trabalho foi tomado o cuidado de apresentar todas as variáveis de todas as equações e, quando apresentados valores numéricos, suas respectivas unidades de medida.

As contribuições deste trabalho foram publicadas no artigo “*Numerical Solution of Thermal Radiation in Liquid Rocket Engines*”, apresentado no *15th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering* que ocorreu em Belém, entre os dias 10 e 13 de novembro de 2014.

## 5.2 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Todas as simulações utilizando o Mach2D 6.3 foram conduzidas utilizando o modelo invíscido. Uma sugestão para trabalho futuro é utilizar o modelo viscoso. Também é interessante repetir as simulações com o esquema de aproximação CDS para as derivadas, ou uma mistura dos esquemas UDS e CDS. As opções para executar as simulações propostas acima já estão disponíveis na versão 6.3 do Mach2D.

No caso do motor L-15, o coeficiente de absorção foi considerado constante nas simulações, porém dadas as diferenças significativas de pressão, temperatura ou mesmo

alterações nas frações molares dos gases participantes dentro do motor, o coeficiente de absorção pode apresentar variações significativas.

Uma das formas de incorporar estes efeitos é descrever o coeficiente de absorção como função de uma ou mais variáveis, como feito em Howell *et al.* (1965a). Esta abordagem é executada eficientemente pelo programa, porém um modelo espectral que considere tais variações também é de grande valia para que se obtenha uma representação mais realista do fenômeno físico (apesar do aumento significativo do tempo computacional).

Trabalhos recentes como em Zhang e Cai (2009) e Cai *et al.* (2009) apontam um interesse crescente em conhecer as características de plumas de exaustão de motores foguete na região infravermelha do espectro eletromagnético. Estudos semelhantes seriam possíveis acoplando um modelo espectral de banda estreita ao Mach2D 6.3.

Outra sugestão de trabalhos futuros é acrescentar o espalhamento da radiação na equação da transferência radiativa, ETR. Uma vez feito isso, será possível abordar problemas envolvendo a TCR em motores foguete que utilizam propelente sólido.

Estes propelentes produzem compostos que ocorrem na fase líquida ou mesmo sólida no interior do escoamento. Tais partículas não transformam a energia térmica em trabalho de expansão, portanto permanecem em temperaturas elevadas enquanto são ejetadas do motor. A emissão da energia de tais partículas aumenta a quantidade de calor incidente na seção divergente da tubeira e o espalhamento da radiação também gera sobreaquecimento nas regiões adjacentes do veículo.

É importante fazer um estudo das características das partículas, pois o MTD não consegue modelar o espalhamento anisotrópico, típico dos produtos de combustão dos propelentes sólidos. Neste caso, outros métodos numéricos de avaliação da TCR deverão ser aplicados, por exemplo, o Método das Ordenadas Discretas, MOD.



## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, D. S. **Projeto Motor Foguete a Propelente Líquido L75**. Trabalho apresentado no 7º Seminário de Projetos de Pesquisa e Desenvolvimento em Veículos Espaciais e Tecnologias Associadas. São José dos Campos, 2013.

AMAYA, J.; CABRIT, O.; POITOU, D.; CUENOT, B.; EL HAFI, M. Unsteady Coupling of Navier-Stokes and radiative Heat Transfer Solvers Applied to an Anisothermal Multicomponent Turbulent Channel Flow, **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 111, p. 295-301, 2010.

ANDERSON, J. D. **Modern Compressible Flow – With Historical Perspective**, 3.ed. Boston: Mc Graw Hill, 2003.

ARAKI, L. K.; BERTOLDO, G.; MARCHI, C. H. **Relatório Técnico do Projeto CFD/14UFPR: Solução de Escoamentos Reativos com o Código Mach2D 6.2**. Curitiba: UFPR - Agência Espacial Brasileira (AEB), 2012. 39p. Relatório Técnico.

ARAKI, L. K. **Verificação de Soluções Numéricas de Escoamentos Reativos em Motores Foguete**. 222 f. Tese (Doutorado em Ciências). Universidade Federal do Paraná. Curitiba, PR, 2007.

BARRÈRE, M.; JAUMOTTE, A.; de VEUBEKE, B. F.; VANDENKERCKHOVE, J. **La Propulsion par Fusées**, Paris: Dunod, 1957.

BERNARD, J. J.; GÉNOT, J. **Diagrammes pour les calculs de rayonnement des surfaces de révolution (tuyères propulsives)**. Office National D'Études et de Recherches Aéropatiales, Note Technique N°185, 1971. 36 p. Relatório Técnico.

BYUN, D.; BAEK, S. W. Numerical Investigation of Combustion with Non-gray Thermal Radiation and Soot Formation Effect in Liquid Rocket Engine, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 50, p. 412-422, 2007.

CAI, G. -B.; ZHU, D.; ZANG, X. -Y. Numerical Simulation of the Infrared Radiative Signatures of Liquid and Solid Rocket Plumes, **Elsevier Aerospace Science and Technology**, v.11, p. 473-480, 2007.

CARVALHO, M. G.; FARIAS, T. L.; FONTES, P. Predicting Radiative Heat Transfer in Absorbing, Emitting and Scattering Media Using the Discrete Transfer Method, In: Fundamentals of Radiation Heat Transfer, 1991. **ASME HTD** New York: v. 160, p. 17-26, 1991.

CARVALHO, M. G.; FARIAS, T. L. Modelling of Heat Transfer in Radiating and Combustion Systems, **Trans IChemE**, v. 76, part A, p. 175-183, 1998.

CHANDRASEKAR, S. **Radiative Transfer**. New York: Dover Publications, 1960.

CHASE Jr., M. W.; DAVIES, C. A.; DOWNEY Jr., J. R.; FRURIP, D. J.; McDONALD R. A.; SYVERUP, A. N. JANAF Thermochemical Tables, (American Chemical Society and American Institute for Physics for the National Bureau of Standards) **J. Phys. Chem. Ref. Data**, 3ed. New York: Suplemento 1, 1985.

CHUI, E. H.; HAITHBY, G. D.; HUGHES, P. M. J. Prediction of Radiative Transfer in Cylindrical Enclosures with the Finite-Volume Method. **Journal of Thermophysics and Heat Transfer**, v. 6, n. 4, p. 605-611, 1992.

CODATA Internationally recommended 2010 values of the Fundamental Physical Constants. Disponível em: < <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html> >. Acesso em 16/02/2015, 17:01.

COELHO, P. J.; CARVALHO, M. G. A Conservative Formulation of the Discrete Transfer Method, **Transactions of the ASME**, v. 119, p. 118-128, 1997.

CUMBER, P. S. Improvements to the Discrete Transfer Method of Calculating Radiative Heat Transfer. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 38, n. 12, p. 2251-2258, 1995.

FERREIRA, D. V. **Aplicação do Método Inverso para Determinação do Fluxo de Calor em Câmaras de Combustão Não Regenerativas de MFPL**. 62 f. Trabalho de Graduação (Engenharia Mecânica Aeronáutica). Instituto Tecnológico de Aeronáutica. São José dos Campos, 2009.

FIVELAND, W. A. Discrete Ordinates Solutions of Radiative Transport Equation for Rectangular Enclosures. **ASME Journal of Heat Transfer**, vol. 106, p. 699-706, 1984.

FIVELAND, W. A. Discrete Ordinate Methods for Radiative Heat Transfer in Isotropically and Anisotropically Scattering Media. **ASME Journal of Heat Transfer**, vol. 109, p. 809-812, 1987.

FIVELAND, W. A. Three-Dimensional Radiative Heat-Transfer Solutions by the Discrete-Ordinates Method. **Journal of Thermophysics and Heat Transfer**, vol. 2, n. 4, p. 309-316, 1988.

FIVELAND, W. A.; JAMALUDDIN, A. S. Three-Dimensional Spectral Radiative Heat Transfer Solutions by the Discrete-Ordinates Method, In: Heat transfer phenomena in radiation, combustion, and fires, 1989, New York. **ASME HTD** New York: v. 106, p. 43-48, 1989.

GEOMETRY Algorithms Home, 2012. Disponível em: <<http://geomalgorithms.com/a06-intersect-2.html>>. Acesso em 26/12/2013, 15:21.

GREENBERG, M. D. **Advanced Engineering Mathematics**, 2.ed. Upper Sadlle River: Prentice Hall, 1998.

HOWELL, J. R.; PEARLMUTTER, M. Monte Carlo Solution of Thermal Transfer Through Radiant Media Between Gray Walls. **ASME Journal of Heat Transfer**, Series C, v. 86, p.116-122, 1964.

HOWELL, J. R. Application of Monte Carlo to Radiative Transfer Problems. **Advances in Heat Transfer**, v. 5, 1968.

HOWELL, J. R.; STRITE, M. K.; RENKEL, H. E. **Technical Report, TR R-220: Analysis of Heat-Transfer Effects in Rocket Nozzles Operating With Very High-Temperature Hydrogen**, Cleveland: NASA, Lewis Research Center, 1965a. 32 p. Relatório Técnico.

HOWELL, J. R.; STRITE, M. K.; RENKEL, H. E. Heat-Transfer Analysis of Rocket Nozzles Using High Temperature Propellants. **AIAA Journal**, v. 3, n. 4, p. 669-673, 1965b.

HOWELL, J. R.; SIEGEL, R.; MENGÜÇ, M. P. **Thermal Radiation Heat Transfer**, 5.ed. Boca Raton: Taylor & Francis Group, 2011.

INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P. **Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa**, 6.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

KIM, M. Y.; BAEK, S. W. Radiative Heat Transfer in a Body-Fitted Axisymmetric Cylindrical Enclosure. **Journal of Thermophysics and Heat Transfer**, v. 12, n. 4, p. 596-599, 1998.

KIM, M. Y.; BAEK, S. W. Modelling of Radiative Heat Transfer in an Axisymmetric Cylindrical Enclosure With Participating Media. **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 90, p. 337-388, 2005.

LATHROP, K. D. Use of Discrete-Ordinate Methods for Solution of Photon Transport Problems. **Nuclear Science and Engineering**, vol. 24, p. 381-388, 1966.

LOCKWOOD, F. C.; SHAH, N. G. A New Radiation Solution Method for Incorporation in General Combustion Prediction Procedures. In: 18th Symposium (Inst.) on Combustion. **The Combustion Institute**, Pittsburg, p. 1405-1414, 1981.

MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**, 2.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004.

MARCHI, C. H.; ARAKI, L. K. **Relatório Técnico 3 do Projeto CFD-5/UFPR: Programa Mach1D 5.0**, Projeto CFD/5 apoiado pela Agência Espacial Brasileira (AEB), 2007.

MCBRIDE, B. J.; GORDON, S. **Reference Publication 1311 - Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications – I Analysis**, Cleveland: NASA, Lewis Research Center, 1994. 61 p. Relatório Técnico.

MCBRIDE, B. J.; GORDON, S. **Reference Publication 1311 - Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications – II Users Manual and Program Description**, Cleveland: NASA, Lewis Research Center, 1996. 178 p. Relatório Técnico.

MCBRIDE, B. J.; GORDON, S.; RENO, M. A. **Technical Memorandum 4513 - Coefficients for Calculating Thermodynamic and Transport Properties of Individual Species**, Cleveland: NASA, Lewis Research Center, 1993. 96 p. Relatório Técnico.

MODER, J. P.; CHAI, J. C.; PARTHASARATHY, G.; LEE, H. S.; PATANKAR, S. V. Nonaxisymmetric Radiative Transfer in Cylindrical Enclosures, **Numeric Heat Transfer, Part B**, v. 30, n. 4, p. 437-452, 1996.

NARAGHI, M. H. N.; ARMSTRONG, E. S. **Technical Memorandum 101973 – Three Dimensional Thermal Analysis of Rocket Thrust Chambers**, Trabalho apresentado na: Thermophysics, Plasmadynamics and Lasers Conference, San Antonio, 1988.

NARAGHI, M. H. N.; NUNES, E. M. **Effects of Gas Radiation on the Thermal Characteristics of Regeneratively Cooled Rocket Engines**. Trabalho apresentado no: 2002 ASME International Mechanical Engineering Congress, New Orleans, 2002.

PROGRAMA Nacional de Atividades Espaciais 2012 - 2021, Disponível em: <[www.aeb.gov.br](http://www.aeb.gov.br)>. Acesso em: 29/04/2013, 19:44:00.

RELATÓRIO de Atividades 2010. Disponível em: <<http://www.iae.cta.br/>>. Acesso em 06/06/2013, 10:43.

RELATÓRIO de Atividades 2011. Disponível em: <<http://www.iae.cta.br/>>. Acesso em 05/06/2013, 19:35.

RIVIÈRE, P.; SOUFINAL, A. Updated Band Model Parameter for H<sub>2</sub>O, CO<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub> and Co Radiation at High Temperature, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 55, p. 3349-3358, 2012.

ROBBINS, W. H. **Technical Note, TN D-586: An Analysis of Thermal Radiation Heat Transfer in a Nuclear-Rocket Nozzle**, NASA, 1961. Relatório Técnico.

ROTHMAN, L. S.; GORDON, I. E.; BARKER, R. J.; DOTHE, H.; GAMACHE, R. R.; GOLDMAN, A.; PEREVALOV, V. I.; TASHKUN, S. A.; TENNYSON, J. HITEMP, The High-Temperature Molecular Spectroscopic Database, **Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer**, v. 111, p. 2139-2150, 2010.

SALAH, M. B.; ASKRI, F.; SLIMI, B.; NASRALLAH, S. B. Numerical Resolution of the Radiative Transfer Equation in a Cylindrical Enclosure With the Finite-Volume Method, **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 47, p. 2501-2509, 2004.

SUTTON, G. P.; BIBLARZ, O. **Rocket Propulsion Elements**, 8.ed. Hoboken: John Wiley & Sons, 2010.

TORRES, M. F. C.; DE ALMEIDA, D. S.; KRISHNA, Y. S. R.; SILVA, L. A.; SHIMOTE, W. K. Propulsão Líquida no IAE: Visão das Atividades e Perspectivas Futuras, **Journal of Aerospace Technology and Management**, v. 1, n. 1, p. 99-106, 2009.

VAN WYLEN, G. J.; SONNTAG, R. E.; BORGNAKKE, C. **Fundamentos da Termodinâmica**, 5.ed. Rio de Janeiro: Edgard Blücher, 1998.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **Computational Fluid Dynamics**, 2.ed. Harlow: Prentice Hall, 2007.

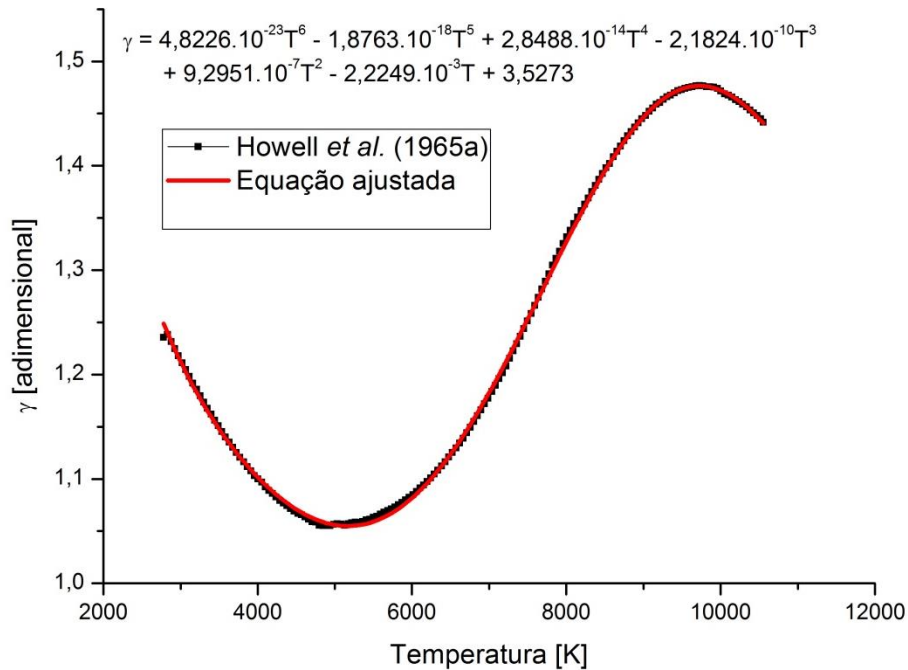
VIDLER, M.; TENNYSON, J. Accurate Partition Function and Thermodynamic Data for Water, **The Journal of Chemical Physics**, v. 113, n. 21, p. 9765-9771, 2000.

VISKANTA, R.; MENGÜÇ, M. P. Radiation Heat Transfer in Combustion Systems. **Prog. Energy Combust. Sci**, v.13, p. 97-160, 1987.

ZANG, X. -Y.; CAI, G. -B. Investigation of the Infrared Characteristics of the Rocket Nozzle, **IEEE A&E Systems Magazine**, agosto 2009.

## APÊNDICE A – EQUAÇÕES PARA CÁLCULO DAS PROPRIEDADES $\gamma$ E $C_p$ PARA SIMULAÇÃO DA TUBEIRA II DE HOWELL *ET AL.* (1965A)

Os dados da Figura 17 de Howell *et al.* (1965a) foram obtidos utilizando o *software* GetData Graph Digitizer. Assim foi possível ajustar uma função que descreve-se o comportamento da razão de calores específicos  $\gamma$ . A Figura A1 mostra os dados extraídos do artigo de referência e inclui a função polinomial de sexta ordem obtida utilizando o *software* Excell. Função é representada com mais algarismos significativos na Eq. (A1).

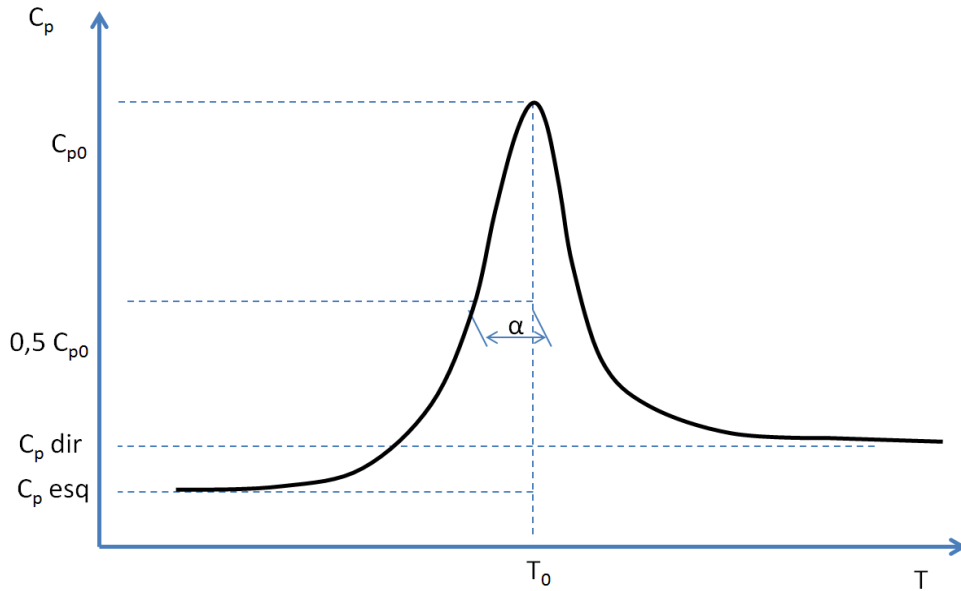


**Figura A.1:** Função utilizada para representar a razão de calores específicos em função da temperatura.

$$\begin{aligned} \gamma(T) = & 4,8226364337 \times 10^{-23} T^6 - 1,8762839447 \times 10^{-18} T^5 + 2,8488359938 \times 10^{-14} T^4 \\ & - 2,1823818497 \times 10^{-10} T^3 + 9,2950867324 \times 10^{-7} T^2 \\ & - 2,2249276590 \times 10^{-3} T + 3,5272955154 \end{aligned} \quad (A.1)$$

O calor específico à pressão constante é mais complexo de ser modelado porque é função da pressão e da temperatura, conforme mostrado na Figura 15 de Howell *et al.* (1965a). Como há uma forte similaridade do comportamento desta variável com a função utilizada pelos programas HITRAN e HITEMP para descrever a intensidade de uma linha

espectral, utilizou-se uma forma similar, exceto pelo fato que na Figura 15 da referência os valores para os quais o  $c_p$  tende à esquerda  $c_{p,esq}$  e à direita  $c_{p,dir}$  são diferentes. Assim alguma adaptação foi necessária. A Figura A2 mostra algumas das variáveis utilizadas para descrever a função do calor específico à pressão constante  $c_p$  em função da temperatura  $T$  e pressão  $p$ . Nota-se que o  $c_p$  possui uma magnitude mais apreciável apenas em uma faixa de temperatura, embora a posição desta faixa varia de acordo com a pressão. Considera-se que na temperatura  $T_0$  o valor de  $c_p$  atinge seu valor máximo  $c_{p0}$ . A meia largura de banda  $\alpha$  é a variação de temperatura à esquerda ou à direita para a qual o valor de  $c_p$  se reduz à metade de seu valor máximo  $0,5c_{p0}$ .



**Figura A.2: Forma geral da função usada para  $c_p$  em função da temperatura**

O calor específico à pressão constante pode ser escrito sob a forma da função:

$$\begin{cases} c_p(p, T) = (c_{p0} - c_{p,esq}) \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + (T - T_0)^2} + c_{p,esq}, & \text{se } T < T_0 \\ c_p(p, T) = (c_{p0} - c_{p,dir}) \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + (T - T_0)^2} + c_{p,dir}, & \text{se } T > T_0 \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

onde  $C_p$  é o calor específico à pressão constante dado em  $J/(kg \ K)$ ,  $p$  a pressão em  $Pa$  e  $T$  a temperatura em  $K$ . As demais variáveis são:

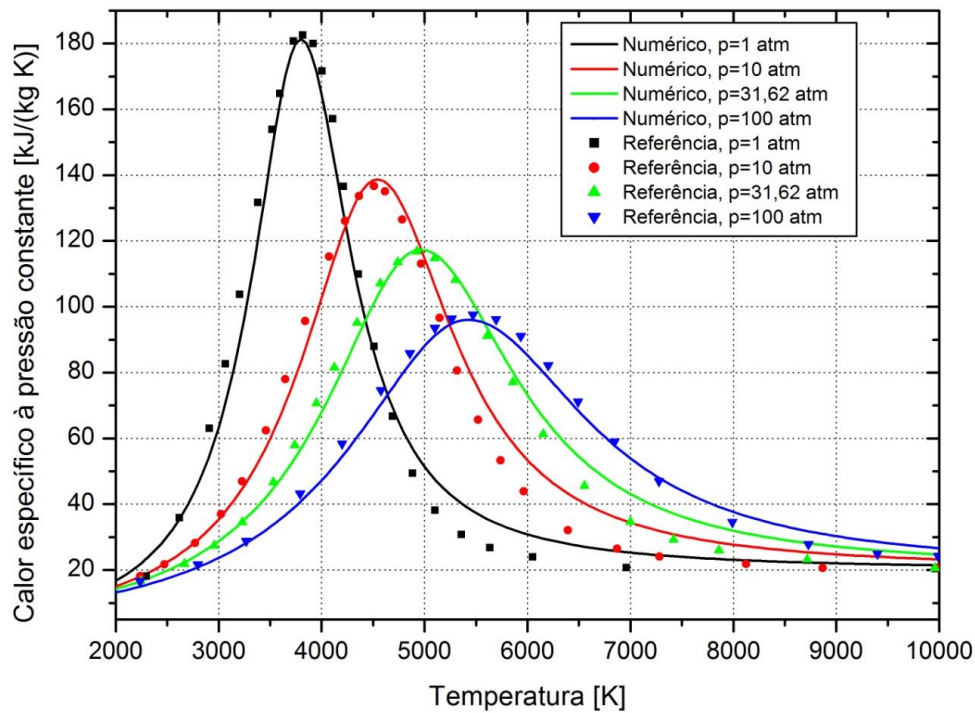
$$C_{p0} = -18.519,815645 \ln(p) + 394.806,81608, \quad (\text{A.3})$$

$$T_0 = 1.558,6175402 p^{0,077305779761} \quad (\text{A.4})$$

e:

$$\alpha(p) = 66,224891216 p^{0,18980582044}. \quad (\text{A.5})$$

Na Figura A3 estão representados os resultados obtidos com o conjunto de funções mostrado acima e os valores de referência retirados da Figura 15 de Howell *et al.* (1965a). Observa-se que há diferenças da ordem de 20% entre o modelo analítico e os dados extraídos da referência, porém deve-se considerar que a função  $c_p$  é escrita como função de duas variáveis independentes,  $p$  e  $T$ , portanto uma divergência mais significativa entre a função ajustada e os dados da referência é esperada.

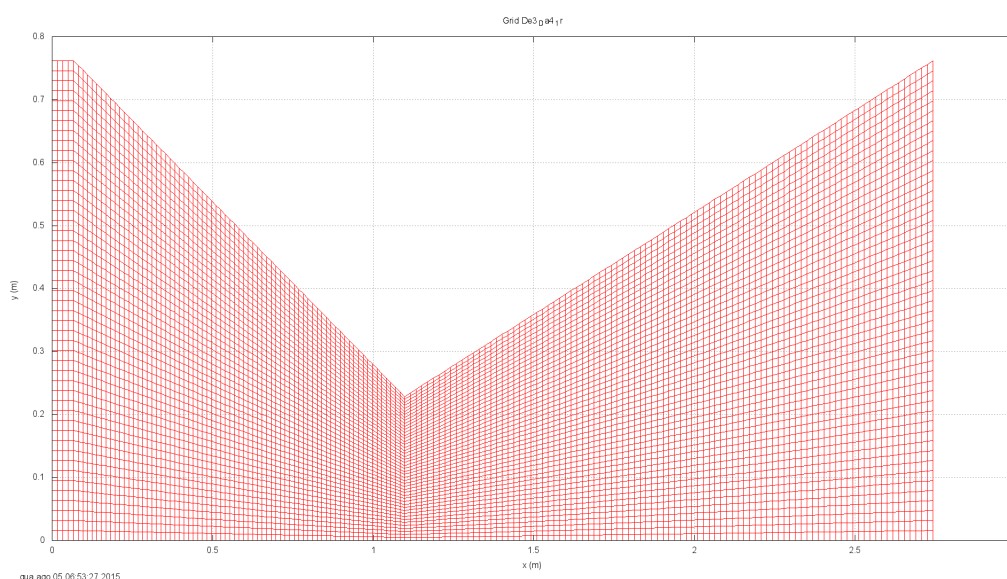


**Figura A.3:** Calor específico à pressão constante em função da temperatura e pressão.

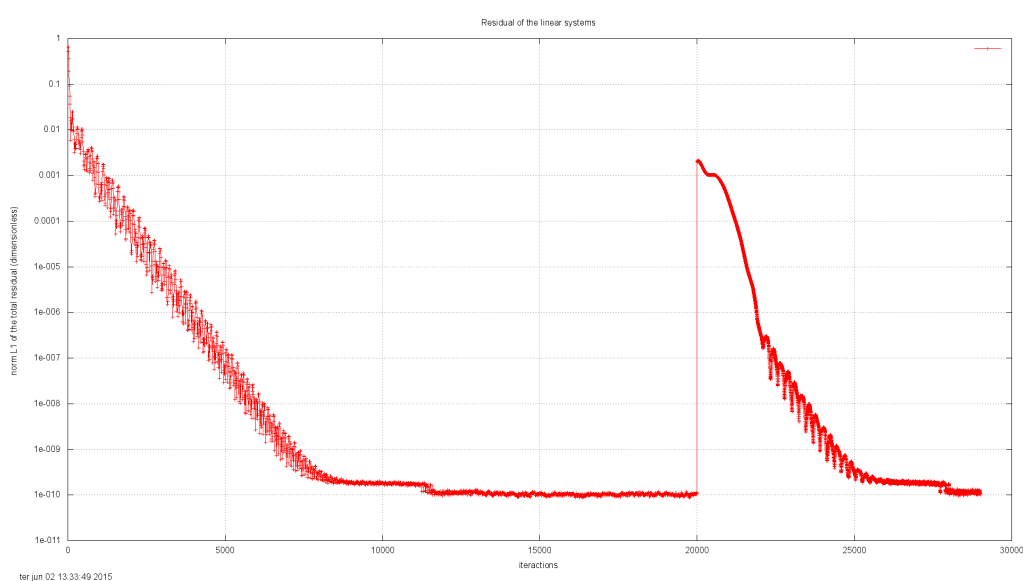


## APÊNDICE B – GRÁFICOS DA SIMULAÇÃO DA TUBEIRA II DE HOWELL *ET AL.* (1965A)

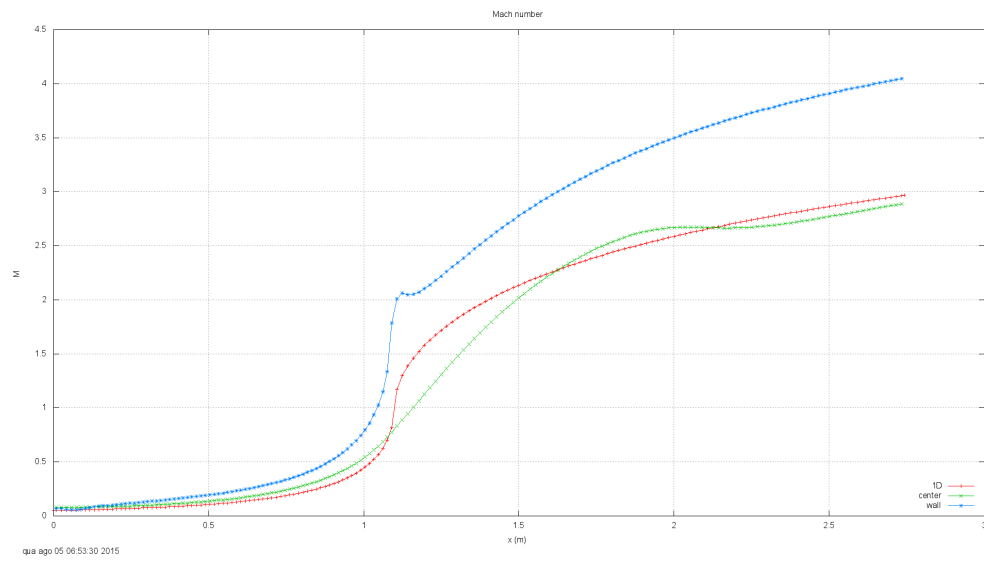
Todos os gráficos apresentados nesta seção são referentes à malha mais refinada DE3DA4, que possui 168 volumes na direção axial, 48 volumes nas direções radial e tangencial, 16 raios na direção polar e 32 na direção azimutal.



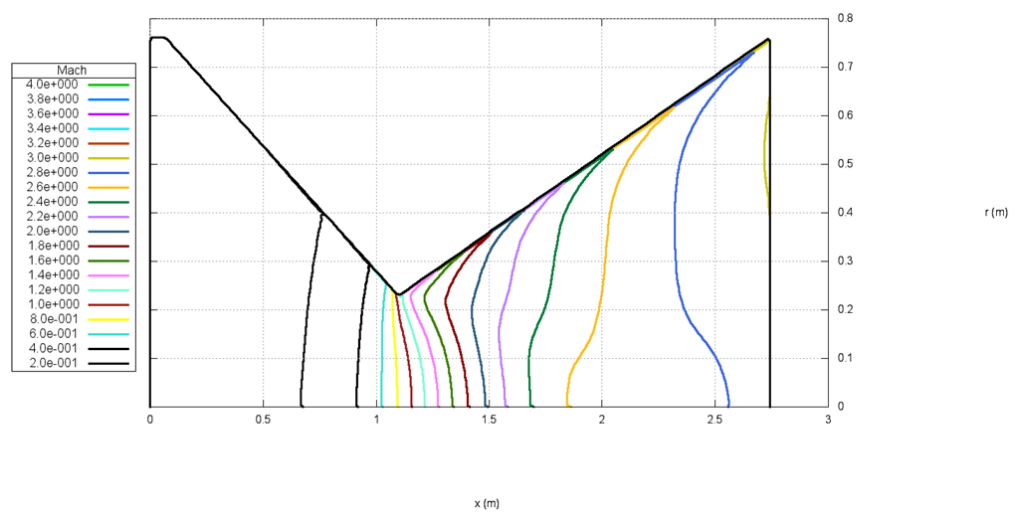
**Figura B.1:** Meio corte da seção transversal da tubeira II mostrando a malha de elementos de volume.



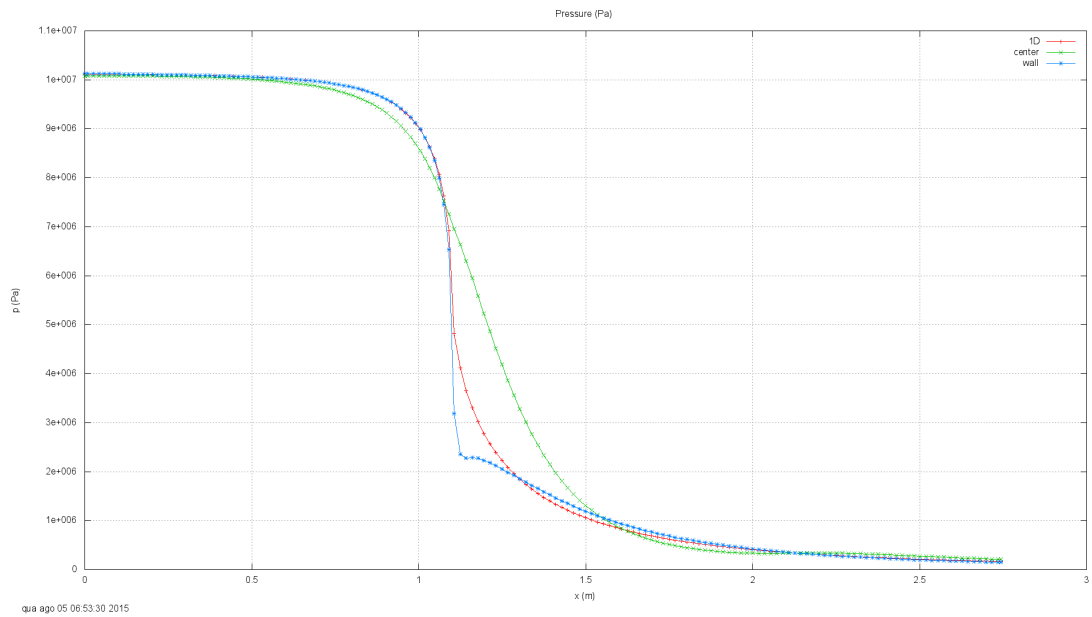
**Figura B.2:** Norma L1 do resíduo dos valores em todo o domínio das variáveis  $u$ ,  $v$ ,  $p$ ,  $T$  e  $\rho$  em função do número de iterações do laço externo do algoritmo do Mach2D.



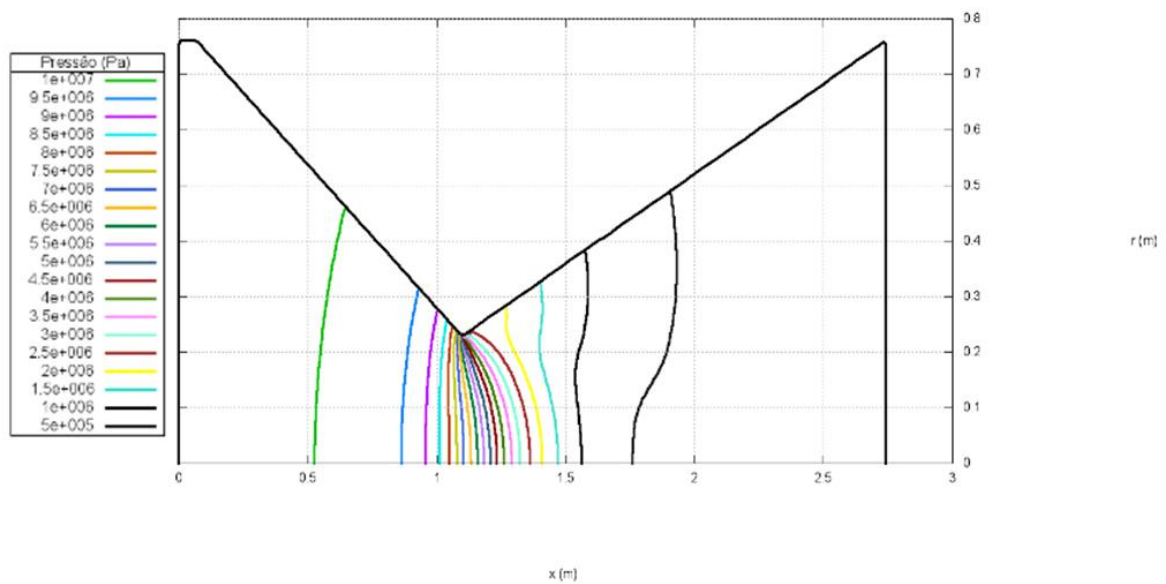
**Figura B.3:** Número de Mach em função da posição axial da solução unidimensional e da solução numérica junto à parede e junto ao eixo de simetria.



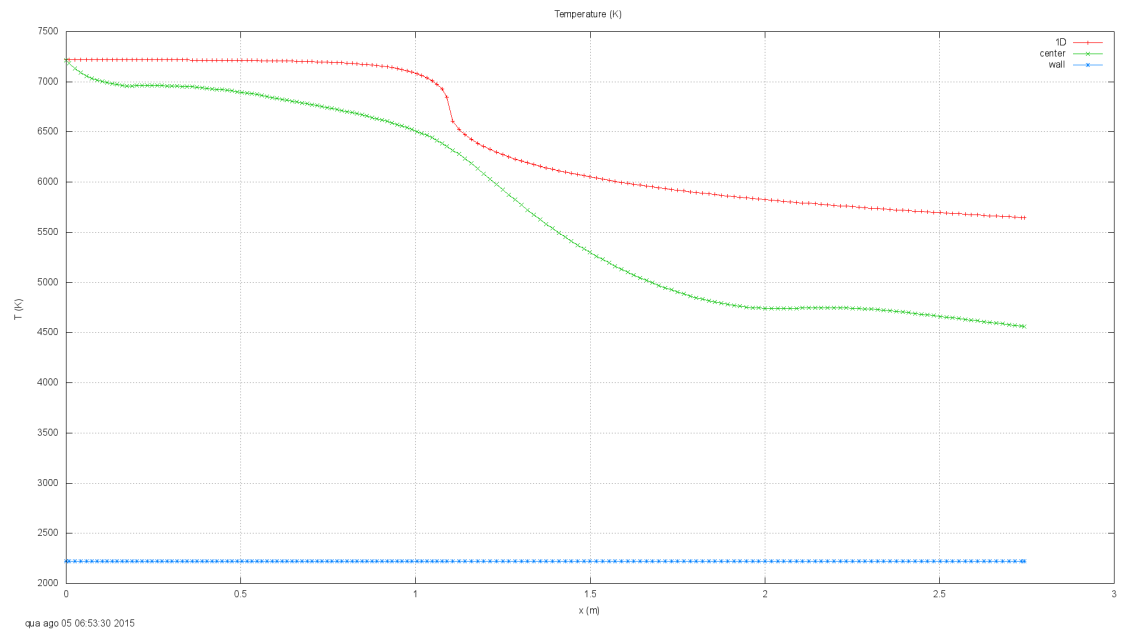
**Figura B.4:** Campo do número de Mach no interior da tubeira II de Howell *et al.* (1965a).



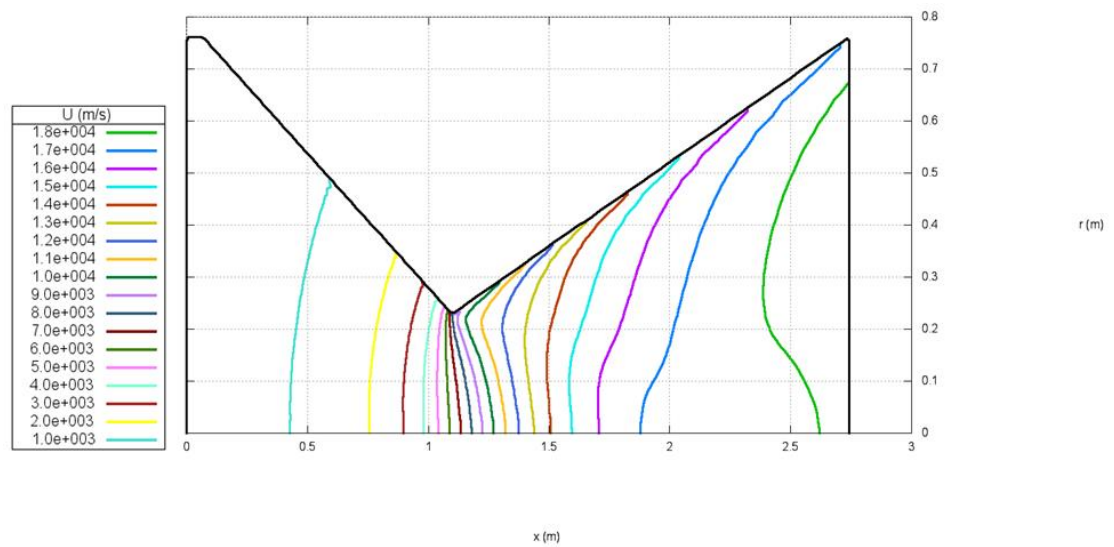
**Figura B.5:** Pressão em função da posição axial para a solução unidimensional e para a solução numérica junto à parede e junto ao eixo de simetria.



**Figura B.6:** Campo de pressão no interior da tubeira II de Howell *et al.* (1965a).



**Figura B.7: Temperatura em função da posição axial para a solução unidimensional e para a solução numérica junto à parede e junto ao eixo de simetria.**



**Figura B.8: Campo da componente axial da velocidade no interior da tubeira II de Howell *et al.* (1965a).**